

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

В.Г. Колобродов, Г.С. Тимчик, М.С. Колобродов

**КОГЕРЕНТНІ ОПТИЧНІ
СПЕКТРОАНАЛІЗАТОРИ**

Монографія

Київ
НТУУ «КПІ»
2015

УДК 681.7.063+535.42

ББК 22.34+34.6
К61

*Рекомендовано Вченою радою НТУУ «КПІ»
(протокол №8 від 05.10.2015р.)*

Рецензенти:

Л.В. Поперенко д-р фіз.-мат. наук, проф.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

В.П. Маслов, д-р техн. наук, проф.
Інститут фізики напівпровідників ім. В.Є. Лашкарьова НАН України

Колобродов В.Г.

К61 Когерентні оптичні спектроаналізатори: монографія / В.Г. Колобродов, Г.С. Тимчик, М.С. Колобродов. – К.: Вид-во «Політехніка», 2015. – 180 с.

ISBN 978-966-622-721-1

Розглянуто фізичні основи та методи проектування когерентних спектроаналізаторів, які є основою оптичних систем обробки інформації. На базі скалярної теорії дифракції Френеля досліджено процеси перетворення амплітуди світла від джерела випромінювання до площини спектрального аналізу. Визначено основні характеристики спектроаналізаторів та розроблено методи їх розрахунку.

Для наукових та інженерно-технічних працівників, студентів напряму підготовки 6.051004 «Опtotехніка».

УДК 681.7.063+535.42
ББК 22.34+34.6

ISBN 978-966-622-721-1

© В.Г. Колобродов, Г.С. Тимчик,
М.С. Колобродов, 2015
© К.: Видавництво «Політехніка»
НТУУ (ПБФ), 2015

ЗМІСТ

Вступ	5
1 Фізичні основи роботи когерентних спектроаналізаторів ...	8
1.1 Оптичні методи та системи обробки інформації.....	8
1.2 Класифікація оптичних систем обробки інформації.....	10
1.2.1 Узагальнена схема когерентних оптичних систем обробки інформації	12
1.2.2 Огляд деяких когерентних систем обробки інформації....	14
1.3 Узагальнені оптичні схеми спектроаналізаторів.....	17
1.4 Методична похибка КОС.....	27
1.4.1 Обмеження при дифракції Френеля.....	30
1.4.2 Методична похибка оптичного спектроаналізатора.....	32
1.4.3 Приклад розрахунку методичної похибки вимірювання просторової частоти КОС.....	34
1.5 Фізико-математична модель КОС.....	36
1.5.1 Освітлювальна система.....	36
1.5.1.1 Лазери для когерентного спектроаналізатора.....	36
1.5.1.2 Проектування оптичної системи розширювача лазерного пучка.....	40
1.5.2 Вхідний транспарант.....	46
1.5.3 Фур'є-об'єктив.....	56
1.5.4 Реєстратор спектру сигналу.....	60
2 Проектування когерентних оптичних спектроаналізаторів ..	72
2.1 Проблеми проектування оптичних систем КОС	72
2.2 Основні характеристики КОС.....	73
2.3 Методи розрахунку характеристик КОС.....	75
2.4 Енергетичний розрахунок КОС.....	81
2.5 Імпульсний відгук КОС під час освітлення вхідного транспаранта квазімонохроматичним випромінюванням.....	89
2.6 Шляхи збільшення ширини просторової смуги пропускання <i>SBP</i>	97
2.7 Вплив аберацій фур'є-об'єктива та геометричних розмірів	

приймача випромінювання на граничні характеристики приладу	112
2.8 Використання дифракційної лінзи в якості фур'є-об'єктива	118
2.9 Приклади проектування КОС.....	125
2.9.1 Розрахунок узагальнених характеристик	125
2.9.2 Розрахунок граничних характеристик	127
2.9.3 Розрахунок смуги пропускання КОС з дифракційною лінзою	128
2.10 Похибки складання та юстирування КОС.....	129
2.10.1 Первинні похибки складання оптичних систем.....	129
2.10.2 Похибки інтенсивності та просторової частоти	131
3 Застосування спектроаналізаторів.....	138
3.1. Дослідження мікродефектів дзеркальних поверхонь і прозорих плівок за допомогою когерентного оптичного спектроаналізатора.....	138
3.2. Визначення пористості тонких волоконних матеріалів за оптичним коефіцієнтом прозорості.....	143
3.3. Диференціювання спектра сигналів за допомогою КОС.....	149
3.4. Дослідження геометричних параметрів просторових квазіперіодичних структур за допомогою КОС.....	155
3.5. Спектральні методи контролю статистичних характеристик штрихових квазіперіодичних структур.....	161
3.6. Лазерний дифракційний аналізатор розміру частинок.....	170
Перелік посилань.....	175

ВСТУП

Інтенсивний розвиток науки і техніки постійно ускладнює задачі, які стоять перед оптикою та оптичним приладобудуванням. З одного боку, висуваються більш високі вимоги до традиційних характеристик оптичних приладів, а з другого боку, з'явилися нові сфери застосування оптики: оптична обробка інформації, оптоелектроніка, волоконна та інтегральна оптика тощо. Оптичний діапазон частот є перспективним для обчислювальної техніки перш за все завдяки малій довжині хвилі світла і можливості проводити паралельну обробку великих масивів інформації.

Сучасний розвиток дифракційної оптики фактично виходить на рівень, коли вона стає таким же невід'ємним компонентом оптичних систем, як лазери та ПЗЗ-матриці. Інтегрованість напівпровідникових джерел і приймачів випромінювання, дифракційної оптики і мікропроцесорної техніки відкриває можливість створення мікрооптоелектронних систем для вирішення широкого спектру задач оптоелектроніки та оптоінформатики.

На сьогодні значне місце серед досліджуваних проблем займають задачі в області оптичних методів та систем обробки інформації. Інтерес до оптичних методів та систем обробки інформації обумовлений високою інформаційною ємністю світлового поля як носія інформації, високою швидкістю розповсюдження оптичних сигналів та порівняно легким здійсненням цілого ряду інтегральних операцій над двовимірними масивами. В останні роки бурхливо розвиваються гібридні оптико-цифрові системи, в яких поєднано переваги оптичних і цифрових електронних методів обробки одновимірних і двовимірних сигналів.

Когерентні оптичні системи для спектрального аналізу просторових

сигналів давно вже відомі в класичній оптиці, а широкі їх застосування в радіолокації, метрології, мікробіології тощо стало можливим у зв'язку з бурхливим розвитком лазерної техніки [1,2]. Теоретичні основи роботи спектроаналізаторів базуються на рівнянні дифракції Френеля, яке наближено описує розповсюдження світла в параксіальній області [3]. Відомо ряд монографій і статей, присвячених фізичним основам роботи когерентних (лазерних) спектроаналізаторів [4–9]. В той же час практично відсутня науково-технічна література, що присвячена методам проектування оптичних систем, покладених в основу таких спектроаналізаторів [10].

Нині однією з актуальних проблем є проектування когерентних спектроаналізаторів, принцип роботи яких оснований на виконанні лінзою такої математичної операції, як перетворення Фур'є [3,8]. При виборі компонентів для конструювання оптичної системи когерентного спектроаналізатора важливо враховувати вплив кожного елемента на якість та правильність отриманих результатів вимірювання [11]. Ефективність роботи спектроаналізатора визначається його граничними характеристиками, які обумовлені обмеженими розмірами та параметрами фур'є-об'єктива і приймача випромінювання (ПВ) [12].

Ця монографія написана на основі багаторічних досліджень авторів в області проектування та впровадження когерентних систем обробки інформації різного призначення, що знайшли своє відображення в багатьох наукових статтях [6,11–13] та підручнику В.Г. Колобродова і Г.С. Тимчика «Прикладна дифракційна оптика» (2014) [10].

Монографія складається із трьох розділів.

В першому розділі розглядаються фізичні основи роботи когерентних оптичних спектроаналізаторів (КОС) на основі скалярної теорії дифракції Френеля. Використовуючи узагальнену модель КОС

досліджується процес перетворення когерентного світла від джерела випромінювання до площини спектрального аналізу. Досліджується методична похибка, що обумовлена обмеженнями при дифракції Френеля. Розглянуто окремі складові КОС: освітлювальна система, вхідний транспарант, фур'є-об'єктив, реєстратор спектра сигналу.

Другий розділ присвячено дослідженню та розробці методів проектування КОС з метою аналізу та оптимізації його основних характеристик. Визначено основні характеристики КОС і представлено методи їх розрахунку. Вказано шляхи розширення ширини смуги пропускання спектроаналізатора. Встановлено вплив аберацій фур'є-об'єктива та геометричних розмірів приймача випромінювання на граничні характеристики приладу. Проаналізовано можливість використання дифракційної лінзи в якості фур'є-об'єктива. Розроблено методи визначення первинних похибок складання оптичної системи КОС і похибки вимірювання амплітуди і просторової частоти вхідного сигналу. Наведено приклади розрахунку характеристик КОС.

В третьому розділі розглянуто деякі практичні аспекти застосування КОС в конкретних вимірювальних приладах і системах. Представлені методи і засоби вимірювання мікродефектів прозорих плівок і дзеркальних поверхонь, пористості тонких волоконних матеріалів за оптичним коефіцієнтом прозорості, геометричних параметрів просторових квазіперіодичних структур та розміру малих частинок в прозорих середовищах.

1 ФІЗИЧНІ ОСНОВИ РОБОТИ КОГЕРЕНТНИХ СПЕКТРОАНАЛІЗАТОРІВ

1.1. Оптичні методи та системи обробки інформації

Оптична обробка інформації використовує оптичне випромінювання як носія інформації сигналу для обробки. Перевагою такого використання краще є те, що світлове поле володіє значно більшою інформативністю, ніж електричний струм. Електричний струм є одновимірним, в той час як параметри світлового поля змінюються і в часі, і в просторі. Це дозволяє одночасно оброблювати багатовимірні або одновимірні сигнали у великому числі каналів. Також до переваг використання оптичного випромінювання можна віднести й те, що частота світлового поля набагато вища максимальної частоти електричних сигналів, що забезпечує високу швидкодію системи обробки.

Основна перевага оптичної обробки інформації пов'язана з можливістю швидкої паралельної обробки великих масивів інформації. Найбільш характерною особливістю оптичного сигналу є його двовимірність. Завдяки двовимірній природі просторового сигналу та оптичній системі можлива одночасна двовимірна обробка інформації (аналіз фотографічних зображень, графіків, текстів та ін.). Одновимірні сигнали, наприклад, по осі x можуть одночасно паралельно оброблюватись у великій кількості окремих каналів, розташованих по осі y .

Методи оптичної обробки інформації можна умовно поділити на дві групи:

- методи когерентної та некогерентної оптичної обробки сигналів (зображень), оснований на теорії просторової фільтрації оптичного зображення;
- методи оптоелектроніки – методи, оснований на електрооптичних явищах для створення пристроїв обробки, вводу та виводу інформації, пристроїв запам'ятовування та логічних схем.

Оптичні методи дозволяють виконувати як аналогову, так і цифрову обробку інформації. На сьогодні найбільш досліджені можливості аналогової оптичної обробки інформації. Характерною властивістю оптичних аналогових обчислювальних пристроїв є те, що всі складові інформації на вході перетворюються у результуючий сигнал на виході одночасно. Інтерес до цифрової оптичної обробки інформації був викликаний необхідністю вирішення тих проблем, з якими зіткнулась аналогова оптична обчислювальна система. В процесі розвитку цифрової оптичної обробки інформації були досліджені та розроблені ряд оптоелектронних обчислювальних приладів, також були розроблені оптичні та оптико-електронні логічні елементи та функціональні вузли.

Таким чином, до переваг оптичних методів та систем обробки інформації можна віднести:

- можливість паралельної (без застосування сканування) обробки двовимірної інформації;
- можливість побудови систем, в яких швидкість обробки визначається швидкістю розповсюдження світла;
- можливість здійснення за допомогою порівняно простих оптичних систем математичних операцій, таких як операція двовимірного перетворення Фур'є, операції згортки, кореляції, диференціювання, мультиплікація та ін.;

- можливість побудови систем з багатоканальною обробкою інформації з дуже високою швидкістю.

Оптичні методи безумовно не вирішують всіх проблем обробки інформації. Зокрема, в оптиці важко реалізувати рішення задач, пов'язаних з виконанням великої кількості логічних операцій, які легко вирішуються цифровою технікою. Тому розвиток оптичної обчислювальної техніки, мабуть, піде по шляху створення гібридних оптико-електронних обчислювальних систем і комплексів.

1.2. Класифікація оптичних систем обробки інформації

В основі оптичних методів обробки інформації лежать явища перетворення просторово-модульованих оптичних сигналів в оптичних приладах та системах за принципами як геометричної, так і хвильової оптики. Оптична обробка інформації виконується в оптичному процесорі, що змінює амплітуду та фазу просторово-модульованого оптичного сигналу, який містить інформацію про об'єкт. Ввід інформації у світловий пучок світла здійснюється за допомогою транспаранта або просторових модуляторів світла. Оптичний промінь, модульований у кожній точці свого поперечного перерізу, дозволяє обробляти паралельно одразу великий масив даних. Просторовий сигнал оброблюється майже миттєво, тому в наступний момент часу можлива подача на вхід та обробка другого просторового сигналу. Оптичні пристрої дають можливість дуже швидко та просто реалізувати ряд важливих інтегральних операцій над двовимірними сигналами, таких як перетворення Фур'є, Гілберта та Лапласа, знаходження згортки та кореляції двох функцій та ін.

Одним з найпоширеніших методів обробки оптичної інформації є обробка оптичних сигналів з використанням перетворення Фур'є.

Перетворення Фур'є використовується в основному в тих областях, де вивчаються коливальні процеси. Тому сфера його застосування дуже широка [14,15].

В загальному випадку оптичні системи обробки інформації класифікують в залежності від методів обробки інформації та вибору джерела випромінювання.

За способом обробки інформації обчислювальні пристрої діляться на два класи:

- аналогові оптичні пристрої обробки інформації;
- цифрові пристрої обробки інформації.

З розвитком оптичної обчислювальної техніки стало можливим використання в одному приладі обидва методи обробки інформації разом.

В залежності від використовуваного джерела світла розрізняють:

- системи з використанням некогерентних джерел випромінювання (світлодіоди, лампи розжарювання, газорозрядні джерела);
- системи з використанням когерентних джерел випромінювання (лазери).

Оптичні системи з некогерентним джерелом світла виконують операції з інтенсивністю світлового поля. Принцип роботи некогерентних систем обробки інформації оснований на обробці та аналізу просторового сигналу у вигляді розподілу інтенсивності світлового поля. Найбільш поширеними некогерентними оптичними системами є системи некогерентної просторової фільтрації, в яких синтез імпульсного відгуку здійснюється в площині предметів [1,16]. До недоліків таких систем можна віднести: обмежене коло розв'язуваних задач, що пов'язані з обробкою одновимірних сигналів (спектральний та кореляційний аналіз).

Когерентні оптичні системи виконують операції як з амплітудами, так і фазами світлового поля, тому вони дозволяють розв'язувати значно більше число задач по обробці двовимірних функцій, що задаються розподілом амплітуд та фаз світлового поля. Когерентні оптичні системи обробки інформації набули великої популярності завдяки їх здатності оброблювати великий об'єм даних за дуже короткий час. Когерентне світлове поле як носій інформації володіє значно більшою інформативністю, ніж некогерентне. Однак, когерентні методи обробки мають деякі недоліки. Одними з них є підвищені вимоги до когерентності джерела світла та велика чутливість до різних шумів.

1.2.1. Узагальнена схема когерентних оптичних систем обробки інформації

Принцип роботи узагальноної когерентної оптичної системи обробки інформації представлений блок-схемою на рис. 1.1 [17].



Рисунок 1.1. Блок-схема оптичної обробки інформації

Сигнал від джерела інформації поступає на вхід системи обробки. Характер сигналу залежить від джерела інформації та може бути різним. На вході оптичного обчислювального пристрою має бути когерентний пучок світла, в параметрах якого закодована оброблювана інформація.

Для цього застосовують джерело когерентного світла та перетворювач сигналів (вхідний транспарант).

Далі оптичний обчислювальний пристрій здійснює заданий алгоритм обробки сигналів таким чином, щоб в параметрах пучка на виході пристрою містилася оброблена інформація. Перетворювач вихідних даних фіксує результат обробки інформації, наприклад, у вигляді фотографічного зображення або відеосигналу ПЗЗ-камери.

Важливою та найбільш складною задачею при проектуванні оптичної системи обробки є отримання потрібного розподілу світлового поля вхідних сигналів на вході оптичного обчислювального пристрою. Для вирішення цих проблем застосовують, наприклад, транспаранти (фотоплівки або фотопластинки) з певним коефіцієнтом пропускання. Світлова хвиля з певною амплітудою від джерела випромінювання падає на вхідний транспарант. Після проходження через транспарант вона змінює свою амплітуду і фазу в залежності від коефіцієнта пропускання. Вихідний сигнал на виході оптичної системи з точністю до постійного множника буде співпадати з просторовим спектром вхідного сигналу.

Для перетворення сигналів також використовується ультразвукове поле в прозорому середовищі, що збуджується вхідним сигналом. В цьому випадку, світлове поле пройшовши через прозоре середовище, змінює свою фазу, оскільки показник заломлення середовища залежить від амплітуди ультразвукового поля. Існують деякі системи, що працюють на принципі відбиття когерентного світла. Наприклад, в системі, де світло відбивається від дзеркала, покритого масляною плівкою. Товщина плівки змінюється під дією електронного променя, що призводить до зміни фази відбитого променя.

Просторово-часові модулятори також є перетворювачами вхідних сигналів у когерентні світлові сигнали. На вхід модулятора падає когерентне випромінювання, а на виході модулятора параметри

світлового поля змінюються у відповідності із законом зміни вхідного сигналу. Іноді, джерело випромінювання та модулятор об'єднують в один пристрій, а просторово-часова модуляція лазера здійснюється за рахунок зміни характеристик дзеркала його резонатора.

Інші принципи модуляції світла в більшості випадків ґрунтуються на зміні дійсної чи уявної частини діелектричної проникності середовища, що призводить до модуляції фази або амплітуди світла, яке проходить через середовище. Модуляція також можлива при деформації або структурних змінах середовища, що призводять, наприклад, до локальної зміни показника заломлення або рельєфу матеріалу, до обертання площини поляризації світлової хвилі або до зміни здатності розсіювати світло. Деформаційні механізми володіють низькою швидкістю і мають високу чутливість до впливу керуючого сигналу.

Оптичний обчислювальний пристрій – це пристрій, в якому виконується перетворення вхідного просторового сигналу. Він може представляти собою набір різноманітних елементів, таких як лінзи, діафрагми, спеціальні фільтри, дифракційні лінзи та ґратки й т.п., розташованих в просторі певним чином. Найбільш застосованим оптичним елементом для двовимірного перетворення Фур'є є додатна сферична лінза [4,8].

1.2.2. Огляд деяких когерентних систем обробки інформації

Завдяки тому, що оптичні системи обробки інформації двовимірні за своєю природою та здатні проводити паралельну обробку всього масиву даних в реальному часі, вони привернули до себе увагу для розв'язку задач обробки інформації в різноманітних областях. Використання оптичних систем обробки інформації ґрунтується на здатності виконувати загальні лінійні перетворення даних, що поступають на вхід системи. Однією з найпоширеніших областей

використання є розпізнавання образів з використанням комплексної просторової фільтрації [1]. Такі схеми найчастіше використовуються в системах обробки радіолокаційних сигналів, системах контролю лінійних розмірів деталей на виробництві та ін. [18].

Найбільш простий та поширений оптичний корелятор, зображений на рис. 1.2, є найпотужнішим типом когерентного оптичного процесора та відомий як схема «4F».

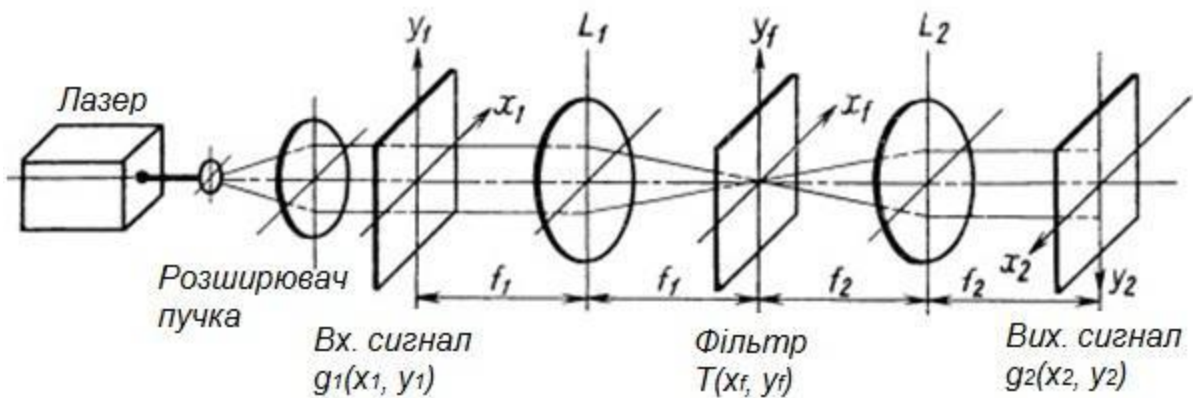


Рисунок 1.2. Когерентний оптичний корелятор

Вхідний транспарант з певним коефіцієнтом пропускання розміщується в передній фокальній площині лінзи L_1 й освітлюється колімованим пучком когерентного світла. В площині y_f розміщується транспарант, який є узгодженим фільтром для шуканого двовимірного зображення. Якщо в площині транспаранта знаходиться узгоджений фільтр, що співпадає з потрібним зображенням, то після проходження через лінзу L_2 пучок світла фокусується в невелику яскраву пляму. Якщо в площині вхідного сигналу розміщене інше двовимірне зображення, то світло після проходження через лінзу L_2 буде розсіяне по всій площині аналізу.

Таким чином, описаний процесор дозволяє визначати чи присутній в досліджуваному сигналі потрібний образ за рахунок наявності та

характеру сформованої системою яскравої плями в центрі площини аналізу. Якщо потрібно визначити який сигнал подано на вхід системи, то для цього необхідно весь набір транспарантів (фільтрів) послідовно вводити в площину u_f оптичного процесора. Такі процесори широко використовувались для розпізнавання літер або навіть цілих слів в читаючих текст машинах [19].

До переваг оптичних кореляторів зображень відносяться швидке обчислювання двовимірної функції взаємної кореляції та незалежність часу розпізнавання від розмірності досліджуваного зображення. Проте, оптичні корелятори мають два істотних недоліки [20]:

- 1) висока чутливість до зміни розмірів та кутової орієнтації образу, що розпізнається, по відношенню до його еталонного зображення;
- 2) швидкість розпізнавання не дорівнює швидкості світла в пристрої в цілому й обмежується швидкістю пристроїв введення – виведення.

Серед оптичних систем обробки інформації одними з перспективних є когерентні оптичні спектроаналізатори просторових частот двовимірного сигналу, що дозволяють з високою швидкістю оброблювати великий масив даних. Спектроаналізатори відносяться до інформаційно-вимірювальних приладів [21], тобто до систем оптичної обробки інформації.

Розглянемо схему КОС на прикладі багатоканального аналізатора спектра з ультразвуковим модулятором, оснований на ефекті Дебая-Сріса. Аналізатор на 24 незалежних каналів наведено на рис. 1.3 [22]. Світловий потік від лазера через колімуючий пристрій, що складається з лінзи розсіювання та коліматора, потрапляє на обмежувач апертури. Сформований паралельний світловий потік через діафрагму розділення каналів освітлює модулятор. Модульований по фазі світловий потік з виходу модулятора потрапляє на інтегруючу лінзу, що виконує

перетворення Фур'є. У вихідній фокальній площині лінзи встановлено пристрій реєстрації.

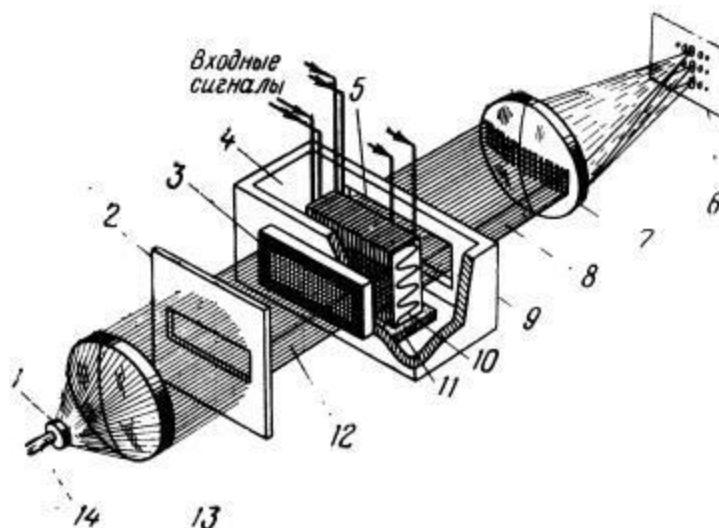


Рисунок 1.3. Загальний вигляд багатоканального аналізатора спектра:

1 – розсіювальна лінза; 2 – обмежувач апертури; 3 – діафрагма розділення каналів; 4 – дистильована вода; 5 – набір ультразвукових перетворювачів; 6 – вихідна фокальна площина; 7 – інтегруюча лінза; 8 – модульований потік світла; 9 – модулятор; 10 – ультразвуковий пучок; 11 – поглинач; 12 – колімований пучок світла; 13 – коліматор; 14 – світловий пучок від лазера

Розглянувши системи обробки інформації можна зробити висновок про те, що майже всі системи та методи обробки інформації мають спільні фізичні основи. Вибір того чи іншого методу обробки залежить від характеру задачі.

1.3. Узагальнені оптичні схеми спектроаналізаторів

Когерентні оптичні системи для спектрального аналізу просторових сигналів давно вже відомі в класичній оптиці, а широке їх застосування в радіолокації, метрології, мікробіології тощо стало можливим у зв'язку з бурхливим розвитком лазерної техніки [7,18]. У цьому підрозділі розглянуто фізичні й практичні проблеми проектування когерентних

спектроаналізаторів.

Оптична система когерентного спектроаналізатора може бути виконана за двома принципово різними схемами:

а) вхідний транспарант із записом досліджуваного просторового сигналу у вигляді змінного амплітудного коефіцієнта пропускання розміщений перед об'єктивом (рис. 1.4);

б) вхідний транспарант міститься за об'єктивом (рис. 1.5).

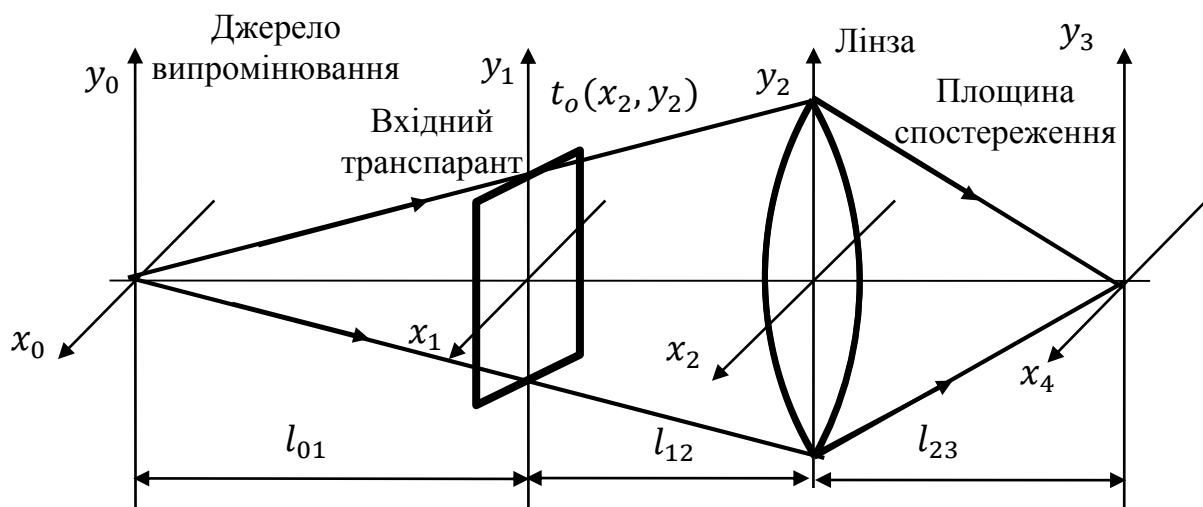


Рисунок 1.4. Поширення когерентного випромінювання в оптичній системі із вхідним транспарантом, встановленим перед об'єктивом

На основі класичного принципу Гюйгенса–Френеля у загальному вигляді розглянемо методику побудови оптичних систем спектроаналізаторів просторових сигналів, отримаємо основні математичні залежності, які описують поширення когерентної світлової хвилі в оптичних системах таких пристроїв, коли враховуються квадратичні фазові спотворення. Це дасть можливість визначити оптимальні геометричні розміри оптичної системи, які дозволяють повністю усунути чи зменшити величину квадратичних фазових спотворень спектра сигналу.

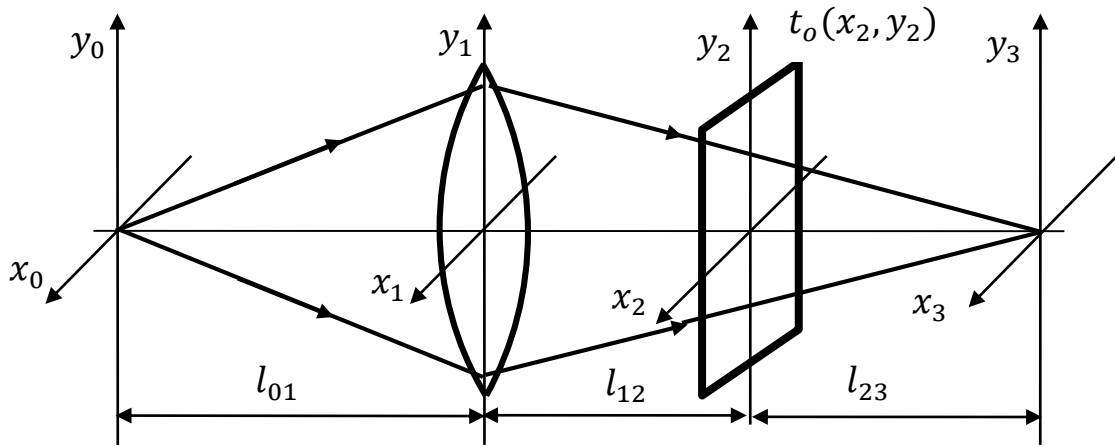


Рисунок 1.5. Поширення монохроматичного випромінювання в оптичній системі з вхідним транспарантом, встановленим за лінзою

Когерентний оптичний спектроаналізатор розглядатимемо у вигляді ряду послідовних паралельних площин, в яких розміщено джерело когерентного випромінювання, вхідний транспарант, об'єктив і фотореєстратор спектра. Між площинами є шари вільного простору, поширення когерентної хвилі в яких підпорядковано дифракції згідно принципу Гюйгенса–Френеля:

$$V(x_i, y_i) = A_{GF} \iint_{S_{i-1}} V(x_{i-1}, y_{i-1}) \times \exp[jkr(x_i, y_i; x_{i-1}, y_{i-1})] dx_{i-1} dy_{i-1}, \quad (1.1)$$

де $V(x_i, y_i)$ і $V(x_{i-1}, y_{i-1})$ – розподіл комплексної амплітуди поля в i -й та $i-1$ -й площинах відповідно; A_{GF} – комплексна стала; $r(x_i, y_i; x_{i-1}, y_{i-1})$ – відстань між двома будь-якими точками на i -й та $i-1$ -й площинах; S_{i-1} – область інтегрування за $i-1$ -ю площиною; k – хвильове число, $k = 2\pi/\lambda$; λ – довжина хвилі когерентного випромінювання.

Вважатимемо, що на шляху поширення випромінювання між площинами спостерігається дифракція Френеля [8]. Тоді рівняння (1.1) матиме вигляд:

$$V(x_i, y_i) = \Phi_{i-1,i}\{V(x_{i-1}, y_{i-1})\} = A_F \iint_{S_{i-1}} V(x_{i-1}, y_{i-1}) \times \exp\left\{j \frac{\pi}{\lambda l_{i-1,i}} [(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2]\right\} dx_{i-1} dy_{i-1}, \quad (1.2)$$

де $\Phi_{i-1,i}\{ \}$ – оператор, який описує дифракцію Френеля на ділянці вільного простору товщиною $l_{i-1,i}$; A_F – комплексна стала,

$$A_F = \frac{\exp\left(j\frac{2\pi l_{i-1,i}}{\lambda}\right)}{j\lambda l_{i-1,i}}.$$

Із виразу (1.2) видно, що амплітуда поля у площині $x_i y_i$ є згортокою амплітуди поля у площині $x_{i-1} y_{i-1}$ з імпульсним відгуком дифракції Френеля h_F шару вільного простору товщиною $l_{i-1,i}$, де

$$\begin{aligned} h_F(x_i - x_{i-1}, y_i - y_{i-1}) &= \\ &= \frac{\exp\left(j\frac{2\pi l_{i-1,i}}{\lambda}\right)}{j\lambda l_{i-1,i}} \exp\left\{j\frac{\pi}{\lambda l_{i-1,i}} [(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2]\right\}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Якщо на шляху поширення світла помістити просторовий транспарант із комплексним амплітудним коефіцієнтом пропускання $t_o(x_i, y_i)$, то розподіл амплітуди поля за транспарантом

$$V'(x_i, y_i) = V(x_i, y_i) t_o(x_i, y_i). \quad (1.4)$$

Співвідношення (1.4) означає, що амплітуда поля модулюється транспарантом за законом $t_o(x_i, y_i)$.

Застосовуючи співвідношення (1.2) і (1.4) до оптичної системи, зображеної на рис. 1.4, можна записати, що

$$V(x_3, y_3) = \Phi_{23} \left\{ t_l(x_2, y_2) \Phi_{12} \left\{ t_o(x_1, y_1) \Phi_{01} \left\{ V(x_0, y_0) \right\} \right\} \right\}, \quad (1.5)$$

де $t_o(x_1, y_1)$ – просторова функція пропускання вхідного транспаранта із записом досліджуваного сигналу; $t_l(x_2, y_2)$ – коефіцієнт пропускання об'єктива, який у параксіальному наближенні, як було обґрунтовано в підручнику [8], описується функцією

$$t_l(x_2, y_2) = \exp(-jkn d_0) \exp\left[-j\frac{\pi}{\lambda f} (x_2^2 + y_2^2)\right], \quad (1.6)$$

де n – показник заломлення матеріалу; d_0 – товщина лінзи вздовж оптичної осі; f – фокусна відстань об'єктива.

Нехай у площині $x_0 y_0$ розміщено точкове джерело когерентного випромінювання з довжиною хвилі λ та амплітудою V_0 , яке описується

функцією

$$V(x_0, y_0) = V_0 \delta(x_0, y_0), \quad (1.7)$$

де $\delta(x_0, y_0)$ – дельта-функція.

Підставимо функцію (1.7) у рівняння (1.2) з урахуванням імпульсного відгуку (1.3) і використаємо фільтрувальну властивість дельта-функції. Тоді амплітуда поля у площині $x_1 y_1$ визначається функцією

$$V(x_1, y_1) = V_0 C_{01} \exp \left[j \frac{\pi}{\lambda l_{01}} (x_1^2 + y_1^2) \right], \quad (1.8)$$

$$\text{де } C_{01} = \frac{\exp \left(j \frac{2\pi l_{01}}{\lambda} \right)}{j \lambda l_{01}}.$$

Рівняння (1.8) описує в квадратичному наближенні розбіжну сферичну хвилю.

Розподіл амплітуди поля безпосередньо за вхідним транспарантом, розміщеним у площині $x_1 y_1$, згідно зі співвідношенням (1.4)

$$V'(x_1, y_1) = V(x_1, y_1) t_o(x_1, y_1). \quad (1.9)$$

Застосуємо оператор Френеля (1.2) з урахуванням імпульсного відгуку (1.3) до простору між площинами $x_1 y_1$ та $x_2 y_2$. Тоді амплітуда поля у площині $x_2 y_2$ перед об'єктивом

$$\begin{aligned} V(x_2, y_2) &= \Phi_{12} \{ V(x_1, y_1) \} = \\ &= V_0 C_{02} \iint_{S_1} V'(x_1, y_1) \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda l_{12}} [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2] \right\} dx_1 dy_1, \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\text{де } C_{02} = C_{01} C_{12} = - \frac{\exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda} (l_{01} + l_{12}) \right]}{\lambda^2 l_{01} l_{12}}.$$

Амплітуда поля за об'єктивом, який має амплітудний коефіцієнт пропускання (1.6),

$$\begin{aligned} V'(x_2, y_2) &= V(x_2, y_2) t_l(x_2, y_2) = \\ &= V(x_2, y_2) \exp(-j k n d_0) \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda_f} (x_2^2 + y_2^2) \right]. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Застосуємо оператор Френеля (1.2) до простору між площинами $x_2 y_2$ і $x_3 y_3$ з урахуванням співвідношення (1.9). Тоді амплітуда поля у площині аналізу $x_3 y_3$

$$\begin{aligned}
V(x_3, y_3) &= \Phi_{23}\{V'(x_2, y_2)\} = \\
&= V_0 C_{03} \iint_{S_1} \iint_{S_2} t_o(x_1, y_1) \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda l_{01}} (x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\
&\times \exp\left[-j \frac{\pi}{\lambda f} (x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left\{j \frac{\pi}{\lambda l_{12}} [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]\right\} \times \\
&\times \exp\left\{j \frac{\pi}{\lambda l_{23}} [(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2]\right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2,
\end{aligned} \tag{1.12}$$

$$\text{де } C_{03} = C_{01} C_{12} C_{23} = - \frac{\exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} (l_{01} + l_{12} + n d_0 + l_{23})\right]}{j \lambda^3 l_{01} l_{12} l_{23}}.$$

Вираз (1.12) може бути поданий у вигляді

$$\begin{aligned}
V(x_3, y_3) &= V_0 C_{03} \iint_{S_1} t_o(x_1, y_1) \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda l_{01}} (x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\
&\times \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda l_{12}} (x_1^2 + y_1^2)\right] \iint_{S_2} \exp\left[-j \frac{\pi}{\lambda f} (x_2^2 + y_2^2)\right] \times \\
&\times \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda l_{12}} (x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda l_{23}} (x_2^2 + y_2^2)\right] \times \\
&\times \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda l_{12}} (x_2 x_1 + y_2 y_1)\right] \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda l_{23}} (x_3 x_2 + y_3 y_2)\right] \times \\
&\times dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda l_{23}} (x_3^2 + y_3^2)\right] dx_2 dy_2 dx_1 dy_1.
\end{aligned} \tag{1.13}$$

Групуючи експоненціальні співмножники і виносячи за знак інтегралів ті з них, які не залежать від змінних інтегрування, а також використовуючи табличний інтеграл 2.3.15.11 із [23],

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-px^2 - qx) dx = \sqrt{\frac{\pi}{p}} \exp\left(\frac{q^2}{4p}\right),$$

вираз (1.13) можна записати у вигляді

$$\begin{aligned}
V(x_3, y_3) &= - \frac{2\pi V_0 C_{03}}{jk \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)} \times \\
&\times \exp\left\{jk \left[\frac{1}{2l_{23}} - \frac{1}{2l_{23}^2 \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}\right] (x_3^2 + y_3^2)\right\} \times \\
&\times \iint_{S_1} t_o(x_1, y_1) \exp\left\{jk \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{l_{01}} + \frac{1}{l_{12}}\right) - \frac{1}{2l_{23}^2 \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}\right] (x_1^2 + y_1^2)\right\} \times \\
&\times \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda l_{12} l_{23} \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)} (x_3 x_1 + y_3 y_1)\right] dx_1 dy_1
\end{aligned} \tag{1.14}$$

Вираз (1.14) описує розподіл амплітуди поля в довільній площині

спостереження x_3y_3 і включає ряд експоненціальних фазових множників. Якщо підінтегральний квадратичний експоненціальний множника дорівнює одиниці, амплітуда поля $V(x_3, y_3)$ у площині x_3y_3 буде з точністю до фазового множника просторовим спектром (фур'є-образом) амплітудного коефіцієнта пропускання транспаранта $t_o(x_1, y_1)$, розміщеного у площині x_1y_1 .

Справді, умова

$$\exp \left\{ jk \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{l_{01}} + \frac{1}{l_{12}} \right) - 2l_{23}^2 \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f} \right) \right] (x_1^2 + y_1^2) \right\} = 1$$

виконується, коли

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{l_{01}} + \frac{1}{l_{12}} \right) - 2l_{23}^2 \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f} \right) = 0. \quad (1.15)$$

Із рівняння (1.15) маємо

$$l_{23} = \frac{f(l_{01} + l_{12})}{(l_{01} + l_{12}) - f}. \quad (1.16)$$

Вираз (1.16) дозволяє вибрати такі відстані $l_{i-1,i}$ між площинами оптичної системи, зображеної на рис. 1.4, за яких вказаний раніше фазовий множник усувається. Об'єktiv, який використовується для здійснення спектрального аналізу, інколи називають *фур'є-об'єktivом*.

Позначимо відстань між площинами, де розміщені джерело випромінювання і фур'є-об'єktiv, через $l_{02} = l_{01} + l_{12}$. Тоді зі співвідношення (1.16) можна отримати формулу лінзи:

$$\frac{1}{l_{02}} + \frac{1}{l_{23}} = \frac{1}{f}. \quad (1.17)$$

Отже, вибираючи параметри оптичної системи l_{02} та f за допомогою формули (1.17), можна визначити положення l_{23} площини для спектрального аналізу x_3y_3 . Тобто, якщо виконується умова (1.17), за довільного положення вхідного транспаранта l_{01} і l_{12} у площині спостереження x_3y_3 амплітуда поля визначається функцією

$$\begin{aligned}
V(x_3, y_3) = & -\frac{2\pi V_0 C_{03}}{jk\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)} \times \\
& \times \exp\left\{jk\left[\frac{1}{2l_{23}} - \frac{1}{2l_{23}^2\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}\right](x_3^2 + y_3^2)\right\} \times \\
& \times \iint_{S_1} t_o(x_1, y_1) \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda l_{12}l_{23}\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}(x_3x_1 + y_3y_1)\right] dx_1 dy_1.
\end{aligned} \tag{1.18}$$

Зі співвідношення (1.18) видно, що функція $V(x_3, y_3)$ пропорційна просторовому спектру пропускання транспаранта $t_o(x_1, y_1)$ із просторовими частотами

$$v_x = \frac{x_3}{\lambda l_{12}l_{23}\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}; \quad v_y = \frac{y_3}{\lambda l_{12}l_{23}\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}. \tag{1.19}$$

Змінюючи положення l_{12} вхідного транспаранта, можна згідно із співвідношенням (1.19) змінювати масштаб просторових частот v_x, v_y у спектрі досліджуваного сигналу з коефіцієнтом масштабу

$$\mu = \frac{v_x}{x_3} = \frac{v_y}{y_3} = \frac{1}{\lambda l_{12}l_{23}\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}. \tag{1.20}$$

Умова (1.15) рівності підінтегрального квадратичного множника одиниці у виразі (1.14) є необхідною і достатньою для виконання перетворення Фур'є оптичною системою. Однак отримане перетворення Фур'є має квадратичну модуляцію фази за рахунок фазового множника, який стоїть перед інтегралом у функції (1.18). Якщо цей множник дорівнює одиниці, квадратична модуляція фази може бути усунена, тобто

$$\exp\left\{jk\left[\frac{1}{2l_{23}} - \frac{1}{2l_{23}^2\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}\right](x_3^2 + y_3^2)\right\} = 1,$$

звідки

$$\frac{1}{2l_{23}} - \frac{1}{2l_{23}^2\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)} = 0. \tag{1.21}$$

Розв'язком рівняння (1.21) є $l_{12} = f$.

Отже, квадратичні фазові спотворення спектра сигналу в

спектроаналізаторі, побудованому за схемою, поданою на рис. 1.4, можуть бути усунені у разі розміщення вхідного транспаранта у передній фокальній площині фур'є-об'єктива. При цьому транспарант може бути освітлений як сферичною, так і плоскою когерентною хвилею.

Аналогічні дослідження поширення когерентної хвилі можна виконати для оптичної системи спектроаналізатора, наведеної на рис. 1.5. У цьому разі амплітуду поля у площині спектрального аналізу x_3y_3 можна описати виразом

$$V(x_3, y_3) = -\frac{2\pi V_0 C_{03}}{jk\left(\frac{1}{l_{01}} + \frac{1}{l_{12}} - \frac{1}{f}\right)} \exp\left[-j\frac{k}{2l_{23}}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ \times \iint_{S_2} t_o(x_2, y_2) \exp\left\{j\frac{k}{2}\left[\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{l_{23}^2\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}\right](x_1^2 + y_1^2)\right\} \times \\ \times \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda l_{23}}(x_3x_2 + y_3y_2)\right] dx_2 dy_2. \quad (1.22)$$

Вираз (1.22) описує розподіл амплітуди поля в довільній площині спостереження x_3y_3 і включає ряд експоненціальних фазових множників. Якщо підінтегральний квадратичний експоненціальний множника дорівнює одиниці, амплітуда поля $V(x_3, y_3)$ у площині x_3y_3 буде з точністю до фазового множника просторовим спектром амплітудного коефіцієнта пропускання транспаранта $t_o(x_2, y_2)$, розміщеного у площині x_2y_2 .

Справді, умова $\exp\left\{j\frac{k}{2}\left[\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{l_{23}^2\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}\right](x_1^2 + y_1^2)\right\} = 1$

виконується, коли

$$\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{l_{23}^2\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)} = 0. \quad (1.23)$$

Із рівняння (1.23) маємо

$$l_{23} = \frac{f(l_{01} + l_{12}) - l_{01}l_{12}}{l_{01} - f}. \quad (1.24)$$

Вираз (1.24) дозволяє вибрати такі відстані $l_{i-1,i}$ між площинами

оптичної системи, поданої на рис. 1.5, за яких вказаний раніше фазовий множник усувається.

Позначимо відстань між площинами, де розміщені об'єктив і площина аналізу, через $l_{13} = l_{12} + l_{23}$. Тоді зі співвідношення (1.24) можна отримати формулу лінзи:

$$\frac{1}{l_{01}} + \frac{1}{l_{13}} = \frac{1}{f}. \quad (1.25)$$

Отже, вибираючи параметри оптичної системи l_{01} , l_{12} і f , за допомогою формули (1.24) можна визначити положення l_{23} площини для спектрального аналізу x_3y_3 . Тобто, якщо виконується умова (1.25), за довільного положення вхідного транспаранта l_{12} у площині спостереження x_3y_3 амплітуда поля визначається функцією

$$V(x_3, y_3) = -\frac{2\pi V_0 C_{03}}{jk\left(\frac{1}{l_{01}} + \frac{1}{l_{12}} - \frac{1}{f}\right)} \exp\left[-j\frac{k}{2l_{23}}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ \times \iint_{S_2} t_o(x_2, y_2) \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda l_{23}}(x_3x_2 + y_3y_2)\right] dx_2 dy_2. \quad (1.26)$$

Зі співвідношення (1.26) видно, що функція $V(x_3, y_3)$ пропорційна просторовому спектру пропускання транспаранта $t_o(x_1, y_1)$ із просторовими частотами

$$v_x = \frac{x_3}{\lambda l_{23}}; \quad v_y = \frac{y_3}{\lambda l_{23}}. \quad (1.27)$$

Однак у спектрі сигналу спостерігається квадратична фазова модуляція, яка виникає за рахунок фазового множника, що стоїть перед інтегралом у виразі (1.26). Усунення цього множника, тобто рівність одиниці, досягається тільки на оптичній осі системи або за $l_{23} = \infty$, що не має практичного значення.

Отже, дослідження поширення когерентних світлових хвиль в оптичних спектроаналізаторах дозволяє зробити такі висновки:

1. У загальному випадку розподіл амплітуди поля у площині спектрального аналізу x_3y_3 описується виразом (1.14) для оптичної

системи, зображеної на рис. 1.4, і виразом (1.22) для системи, зображеної на рис. 1.5.

2. Якщо виконується умова (1.17) або (1.25), то розподіл амплітуди поля у площині спектрального аналізу x_3y_3 з точністю до фазового множника є спектром досліджуваного просторового сигналу $t_o(x_2, y_2)$.

3. Просторові частоти ν_x і ν_y спектра досліджуваного сигналу визначаються співвідношеннями (1.19) і (1.27) і є функціями геометричних параметрів оптичної системи спектроаналізатора. Змінюючи ці параметри можна вибирати необхідний масштаб спектра сигналу (1.20).

4. Фазові спотворення спектра, сформованого когерентним спектроаналізатором, можуть бути усунені тільки у схемі, поданій на рис. 1.4, якщо виконується умова $l_{12} = f$, тобто коли вхідний транспарант перебуває у передній фокальній площині фур'є-об'єктива, а спектр сигналу вимірюється у задній фокальній площині об'єктива.

1.4. Методична похибка КОС

В підрозділі 1.3 було показано, що теоретичні основи роботи спектроаналізаторів базуються на рівнянні дифракції Френеля, яке наближено описує розповсюдження світла в параксіальній області [10]. Відомо ряд монографій і статей, присвячених фізичним основам роботи когерентних (лазерних) спектроаналізаторів, а також методам проектування оптичних систем, покладених в основу таких спектроаналізаторів [7,10–12,24]. В той же час відсутні дослідження похибок вимірювання спектрів сигналів, які обумовлені наближенням Френеля.

В цьому підрозділі досліджується методична похибка оптичного спектроаналізатора, яка обумовлена наближенням Френеля, з метою

визначення допустимих похибок вимірювання просторової частоти в спектрі сигналу.

Узагальнена схема оптичного спектроаналізатора складається з когерентного джерела випромінювання, вхідного транспаранта, фур'є-об'єктива і аналізатора світлового поля. Якщо транспарант розташований в передній фокальній площині фур'є-об'єктива і освітлюється плоскою хвилею з амплітудою V_p (рис. 1.6), то розподіл амплітуди поля в площині аналізу описується виразом (1.26), який представимо у вигляді [10]

$$V(x_4, y_4) = \frac{V_p}{j\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_o(x_2, y_2) \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda f} (x_2 x_4 + y_2 y_4)\right] dx_2 dy_2, \quad (1.28)$$

де $t_o(x_2, y_2)$ – функція амплітудного коефіцієнта пропускання транспаранта; f – фокусна відстань об'єктива.

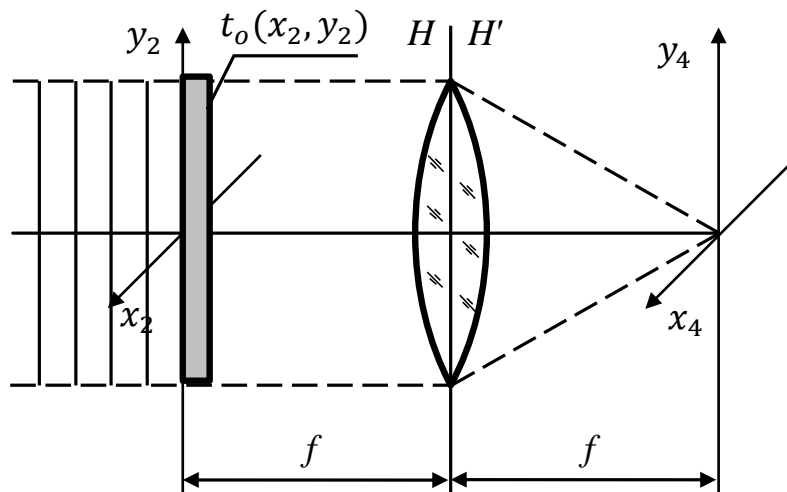


Рисунок 1.6. Оптична схема когерентного спектроаналізатора, коли транспарант розташований в передній фокальній площині об'єктива

Розглянемо перетворення Фур'є двовимірної функції $t_o(x_2, y_2)$:

$$T_o(v_x, v_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_o(x_2, y_2) \exp\left[-j2\pi(v_x x_2 + v_y y_2)\right] dx_2 dy_2, \quad (1.29)$$

де v_x, v_y – просторові частоти.

Із порівняння виразу (1.28) з перетворенням Фур'є (1.29) випливає такий важливий висновок, що комплексна амплітуда світлового поля у задній фокальній площині лінзи з точністю до постійного множника $V_p/j\lambda f$ являє собою просторовий спектр від амплітудного коефіцієнта пропускання транспаранта з просторовими частотами:

$$v_x = \frac{x_4}{\lambda f}; v_y = \frac{y_4}{\lambda f}. \quad (1.30)$$

1.4.1. Обмеження при дифракції Френеля

В основі скалярної теорії дифракції лежить рівняння Кірхгофа, яке дозволяє знайти амплітуду поля $V(P_0)$ в довільній точці P_0 за екраном, якщо відома амплітуда поля $V(P)$ в отворі екрану [7,10]

$$V(P_0) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} V(P) \frac{\exp(jkr)}{r} \cos(\vec{r} \wedge \vec{n}) dS, \quad (1.31)$$

де $r = P_0P$ – відстань між точками P_0 і P ; $\vec{r} \wedge \vec{n}$ – кут між вектором \vec{r} і нормаллю \vec{n} до екрану; Σ – площа отвору; k – хвильове число.

Рівняння (1.31) для випадку, коли екран знаходиться у площині xu , а точка P_0 – у площині x_0y_0 , яка паралельна площині xu і розташована на відстані z від неї (рис. 1.7), визначається рівнянням дифракції Релея-Зоммерфельда

$$V(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(x, y) h(x, y; x_0, y_0) dx dy, \quad (1.32)$$

де $h(x, y; x_0, y_0)$ – вагова функція дифракції Релея-Зоммерфельда,

$$h(x, y; x_0, y_0) = \frac{1}{j\lambda} \frac{\exp(jkr)}{r} \cos(\vec{r} \wedge \vec{n}); \quad (1.33)$$

$$r = P_0P = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z^2} = z \sqrt{1 + \frac{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2}{z^2}}. \quad (1.34)$$

Щоб спростити обчислення інтеграла (1.32), Френель запропонував такі наближення:

1. Розмір отвору в екрані набагато менший за відстань z між площинами xu та x_0y_0 .

2. Дифракція спостерігається біля центра системи координат x_0y_0 , розміри якої набагато менші за відстань z .

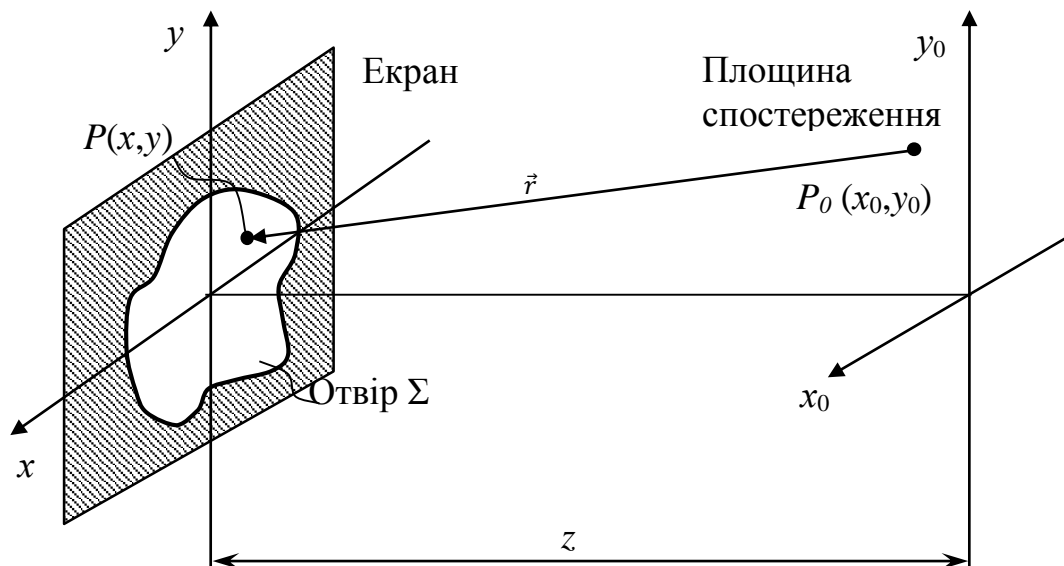


Рисунок 1.7. Схема дифракції Френеля

За таких наближень можна вважати, що $r = P_0P \approx z$, а $\cos(\vec{r} \wedge \vec{n}) \approx 1$. Слід також зазначити, що в показнику експоненти у виразі (1.33) не можна замінити r на z , оскільки при цьому виникає значна фазова похибка. Наприклад, якщо $r = z + \Delta z$, то $kr = kz + k\Delta z$. За $\Delta z = 1 \text{ мм}$ і $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$, $k\Delta z = 400\pi$ рад.

Цю похибку можна зменшити, якщо подати вираз (1.34) у вигляді степеневого ряду та обмежитися двома членами ряду. Скористаємось розкладом функції $\sqrt{1+t}$ у ряд:

$$\sqrt{1+t} = 1 + \frac{1}{2}t - \frac{1}{8}t^2 + \frac{1}{16}t^3 - \frac{5}{128}t^4 + \dots, \quad (1.35)$$

тоді

$$r \approx z \left[1 + \frac{1}{2} \frac{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2}{z^2} \right]. \quad (1.36)$$

Наближення Френеля (1.36) виконується, якщо $\frac{1}{8} t^2 \ll 1$ або

$$kz \frac{1}{8} \left[\frac{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2}{z^2} \right]^2 \ll 1 \text{ радіан,}$$

звідси

$$z \gg \left\{ \frac{\pi}{4\lambda} [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2]^2 \right\}^{1/3}. \quad (1.37)$$

Простір за екраном, який задовольняє умову (1.37), називають *областю дифракції Френеля*. Наприклад, якщо $\lambda = 0,5$ мкм, а максимальні розміри отвору в екрані та області спостереження становлять 1 см, то $z \gg 40$ см.

Підставимо наближення (1.36) у вираз (1.33). Тоді інтеграл (1.32) матиме вигляд

$$\begin{aligned} V(x_0, y_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(x, y) \frac{1}{j\lambda z} \exp \left\{ jkz \left[1 + \frac{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2}{2z^2} \right] \right\} dx dy = \\ &= \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(x, y) \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda z} [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2] \right\} dx dy. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Вираз (1.38) називають *рівнянням дифракції Френеля*. Множник $\exp(jkz)$ визначає постійний фазовий зсув, який не впливає на розподіл поля $V(x_0, y_0)$, а тому надалі його не будемо враховувати.

1.4.2. Методична похибка оптичного спектроаналізатора

Дифракцію світла можна розглядати, як суму плоских хвиль різних просторових частот ν_x, ν_y , які розповсюджуються під кутами дифракції Φ_{dx}, Φ_{dy} відповідно. Залежність кута дифракції від просторової

частоти при розповсюдженні світла у вільному просторі визначається рівняннями [7,10]

$$\sin \varphi_{dx} = v_{x,fs} \lambda \text{ і } \sin \varphi_{dy} = v_{y,fs} \lambda, \quad (1.39)$$

де $\varphi_{dx}, \varphi_{dy}$ – кути між хвильовим вектором \vec{k} , який співпадає з напрямком розповсюдження дифрагованого світла, і площинами yz і xz відповідно (рис. 1.8); $v_{x,fs}, v_{y,fs}$ – просторові частоти хвиль у вільному просторі.

При дифракції Френеля просторові частоти визначаються співвідношенням (1.3). Користуючись рис. 1.2 та виразами (1.3) і (1.11) знаходимо кути дифракції

$$\operatorname{tg} \varphi_{dx} = \frac{x_0}{f} = v_{x,F} \lambda \text{ і } , \quad (1.40)$$

де $v_{x,F}, v_{y,F}$ – просторові частоти при дифракції Френеля.

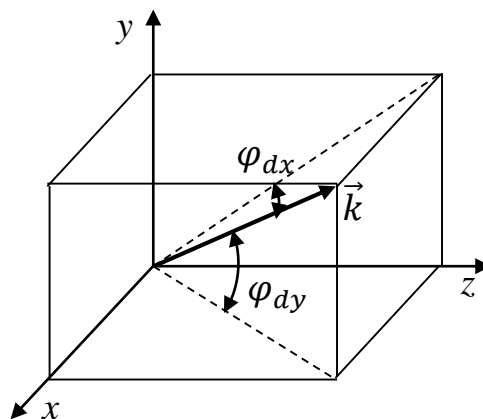


Рисунок 1.8. Кути дифракції при розповсюдженні світла в напрямку хвильового вектора \vec{k}

Тоді методична похибка у визначенні просторової частоти дифрагованого світла дорівнює

$$\Delta v_x = v_{x,F} - v_{x,fs} = \frac{1}{\lambda} (\operatorname{tg} \varphi_{dx} - \sin \varphi_{dx}) \text{ і}$$

$$\Delta v_y = v_{y,F} - v_{y,fs} = \frac{1}{\lambda} (\operatorname{tg} \varphi_{dy} - \sin \varphi_{dy}). \quad (1.41)$$

На рис. 1.9 представлено одновимірний графік залежності похибки вимірювання просторової частоти від кута дифракції. Аналіз функції (1.41) і її графіка показує, що для довжини хвилі $\lambda = 0,5$ мкм при куті дифракції $\varphi_{dx} = 5^\circ$ похибка вимірювання просторової частоти становить $\Delta v_x = 0,67$ мм⁻¹, а при куті дифракції $\varphi_{dx} = 10^\circ$ – $\Delta v_x = 5,4$ мм⁻¹.

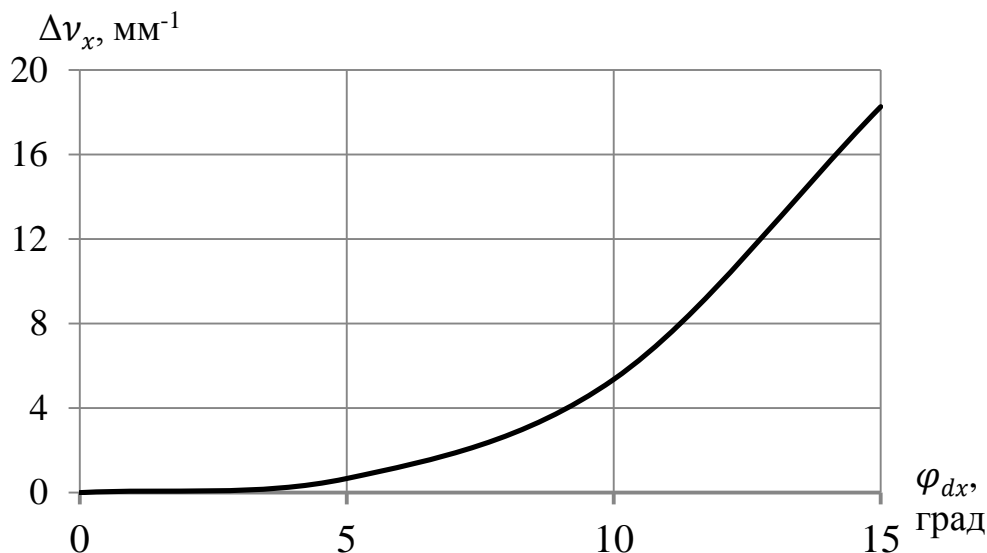


Рисунок 1.9. Залежність методичної абсолютної похибки визначення просторової частоти від кута дифракції для довжини хвилі 0,5 мкм

Визначимо відносну похибку вимірювання просторової частоти δv_x . Із рівнянь (1.39) і (1.41) маємо

$$\delta v_x = \frac{\Delta v_x}{v_x} = \frac{\operatorname{tg}\varphi_{dx} - \sin\varphi_{dx}}{\sin\varphi_{dx}} = \frac{1}{\cos\varphi_{dx}} - 1. \quad (1.42)$$

Для кута дифракції $\varphi_{dx} = 5^\circ$ відносна похибка становить $\delta v_x = 0,38\%$, а для кута дифракції $\varphi_{dx} = 10^\circ$ – $\delta v_x = 1,54\%$.

Визначимо відносну похибку для максимальної просторової частоти спектроаналізатора, яка визначається за формулою [11]

$$v_{x,\max} = \frac{x_{3,\max}}{\lambda f} = \frac{D_p - a}{2\lambda f}, \quad (1.43)$$

де D_p і f – діаметр вхідної зіниці і фокусна відстань фур'є-об'єктива; a – розмір вхідного транспаранта. В статті [12] було встановлено, що максимальне значення просторової частоти буде при умові, що $D_p = 2a$.

Із рис. 1.10 знаходимо кут дифракції φ_{dx} , який відповідає максимальній просторовій частоті

$$\operatorname{tg}\varphi_{dx} = \frac{D_p - a}{2f}. \quad (1.44)$$

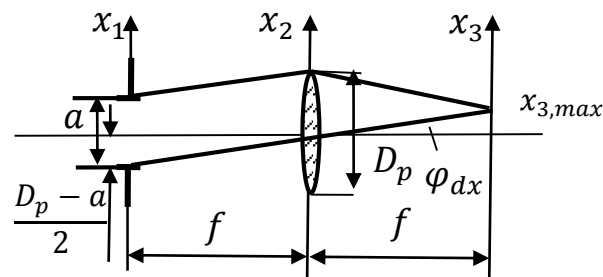


Рисунок 1.10. Схема КОС для визначення максимальної просторової частоти

1.4.3. Приклад розрахунку методичної похибки вимірювання просторової частоти КОС

Розглянемо КОС, складові якого мають такі параметри:

1. Розмір вхідного транспаранта $a = 25$ мм.
2. Фокусна відстань і діаметр вхідної зіниці фур'є-об'єктива $f = 100$ мм і $D_p = 50$ мм відповідно.
3. Довжина хвилі лазера $\lambda = 0,628$ мкм.

Із рис. 1.10 знаходимо кут дифракції, який відповідає точці x_3 в площині аналізу x_3u_3

$$\varphi_d(x_3) = \operatorname{arctg}\frac{x_3}{f}. \quad (1.45)$$

Тоді абсолютна похибка визначення просторової частоти згідно (1.41) дорівнює

$$\Delta v_x = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{x_3}{f} - \sin(\arctg \frac{x_3}{f}) \right]. \quad (1.46)$$

При цьому максимальна абсолютна похибка з урахуванням (1.44) становить

$$\Delta v_{x,\max} = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{a}{2f} - \sin(\arctg \frac{a}{2f}) \right] = \frac{1000}{0.628} \left[\frac{25}{200} - \sin(\arctg \frac{25}{200}) \right] = 1,5 \text{ мм}^{-1}.$$

Відносна похибка визначення просторової частоти згідно (1.42) дорівнює

$$\delta v_x = \frac{1}{\cos\left(\arctg \frac{x_3}{f}\right)} - 1. \quad (1.47)$$

При цьому максимальна абсолютна похибка з урахуванням (1.44) становить

$$\delta v_{x,\max} = \frac{1}{\cos\left(\arctg \frac{a}{2f}\right)} - 1 = 0,78\%.$$

Таким чином, в результаті дослідження методичної похибки вимірювання просторової частоти спектру сигналу за допомогою оптичного спектроаналізатора отримані такі результати:

1. Формули, які застосовуються для визначення просторової частоти спектру сигналу, справедливі тільки для параксіальної області.

2. Отримано рівняння для наближення Френеля в залежності від кута дифракції світла, яке дозволило визначити обмеження спектральної області в залежності від відносної похибки вимірювання просторової частоти.

3. Встановлено, що наближення Френеля в межах кута дифракції від 0° до 10° забезпечує відносну похибку меншу за 1,5%. В той же час при куті дифракції 20° вона становить 6,4%.

4. Отримано рівняння для абсолютної методичної похибки вимірювання просторової частоти, яке залежить від параметрів компонентів спектроаналізатора. Це рівняння можна використовувати для компенсації методичної похибки при комп'ютерній обробці вихідного сигналу спектроаналізатора.

1.5 Фізико-математична модель КОС

1.5.1. Освітлювальна система

Освітлювальна система призначена для створення плоскої хвилі, яка рівномірно освітлює вхідну апертуру транспаранта когерентним випромінюванням. До складу такої системи входить когерентне джерело випромінювання у вигляді газового або напівпровідникового лазера та розширювач лазерного пучка.

1.5.1.1. Лазери для когерентного спектроаналізатора

Найбільш широкого розповсюдження в КОС в якості джерела когерентного випромінювання знайшли гелій-неонові лазери на інертних атомах гелію He і неону Ne. Генерація здійснюється на переходах атома неону, а гелій добавляється для істотного підвищення ефективності накачки за рахунок резонансної передачі енергії збудження ($He^* + Ne \rightarrow He + Ne^*$) [25].

Генерація може виникати на довжинах хвиль 632,8 нм, 1150 нм і 3391 нм. Конкретний перехід, на якому здійснюється генерація визначається довжиною хвилі, при якій коефіцієнт відбиття багатощарового діелектричного дзеркала досягає максимуму.

Конструктивно гелій-неоновий лазер виготовляють у формі скляної трубки з кільцеподібним анодом і великим катодом. Для отримання поляризованого випромінювання в середині трубки

розміщують пластинку під кутом Брюстера. Дзеркала резонатора безпосередньо впаяні в кінці трубки. Специфічна особливість He–Ne-лазера полягає в тому, що вихідна потужність випромінювання досягає максимуму при певному струмі розряду. Тому кожен лазер має строго індивідуальне джерело живлення. Крім того, за оптимальним діаметром 2 см і довжині 100 см трубки вихідна потужність для довжини хвилі 632,8 нм становить близько 100 мВт. Спектральна ширина лінії $\lambda = 632,8$ нм складає $\Delta\nu = 1,4$ ГГц, тому генерацію в одній поздовжній моді можна здійснювати, використовуючи короткий резонатор, в якого різниця частот від поздовжніх мод $c/2L$ порівняна з $\Delta\nu$.

Головним недоліком He–Ne-лазера є його малий коефіцієнт корисної дії. Термін придатності He–Ne-лазера складає роки, але з часом вихідна потужність випромінювання зменшується із-за порушення складу газу в трубці.

Особливістю напівпровідникових лазерів (НПЛ) є інверсія на переходах між станами в широких електронних енергетичних зонах напівпровідникового кристала. Енергетична схема рівнів і переходи між ними, на яких базується принцип дії ПНЛ, наведена на рис. 1.11.

Енергетичну діаграму напівпровідників можна представити у вигляді зонної структури. Валентна зона, яка при температурі 0 К заповнена повністю, відокремлена від пустої зони провідності забороненою зоною (рис. 1.11,а). Під дією зовнішнього поля (наприклад, енергії накачки) електрони переходять в зону провідності. Всередині цієї зони електрони за дуже короткий час ($\sim 10^{-13}$ с) переходять на її самий нижній рівень, а усі електрони біля максимуму валентної зони також перейдуть на самі нижні із не зайнятих рівнів, залишаючи верхню частину вільною, тобто заповненою «дірками». Таким чином, між валентною зоною і зоною провідності виникає інверсія населеності (рис. 1.11,б). При переході електронів із зони провідності в валентну зону (рекомбінація)

утворюється фотон. Якщо такий напівпровідник розмістити в резонаторі і забезпечити певну граничну умову, то змушене рекомбінаційне випромінювання призведе до лазерної генерації в напівпровіднику.

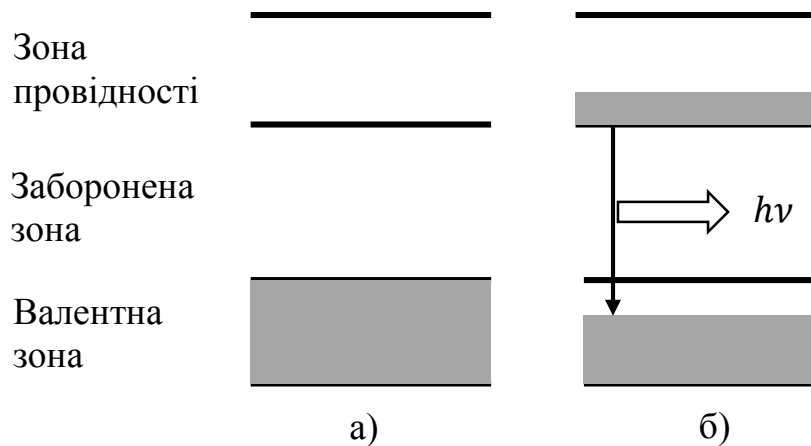


Рисунок 1.11. Схема енергетичних рівнів і переходів в напівпровідниках: а – валентна зона заповнена повністю, зона провідності пуста; б – між зоною провідності і валентною зоною виникає інверсія населеності

НПЛ по способу накачки можна розділити на чотири типи:

1. Інжекційні лазери з накачкою електричним струмом.
2. Лазери з оптичною накачкою.
3. Лазери з електронною накачкою пучком швидких електронів.
4. Лазери з накачкою пробоем електричним полем.

Важлива відмінність інжекційних лазерів полягає в безпосередньому перетворенні електричного струму в енергію лазерного випромінювання. Крім того, цим лазерам характерно:

- 1) компактність, яка обумовлена надзвичайно великим коефіцієнтом підсилення в напівпровідниках;
- 2) високий ККД (до 70%), обумовлений високою ефективністю перетворення підведеної електричної в лазерне випромінювання;

- 3) широкий діапазон довжин хвиль лазерного випромінювання, обумовлений шириною забороненої зони напівпровідникових матеріалів;
- 4) можливість плавної перестройки генерації за рахунок зміни температури, тиску та впливом магнітного поля;
- 5) мала інерційність, яка дозволяє модулювати випромінювання до 10 ГГц за рахунок зміни струму накачки;
- 6) простота конструкції.

НПЛ мають високе спектральне розділення $\Delta\lambda$. Згідно формули $L = m\lambda_0/2n$ уздовж довжини резонатора L повинно розміщуватись ціле число $\lambda/2 = \lambda_0/2n$, де m – ціле число; n – показник заломлення напівпровідника. Із цієї формули можна розрахувати спектральну ширину між сусідніми спектральними лініями $\Delta\lambda = \lambda_0/2nL$.

Таким чином, завдяки своїм високим ККД і спектральним характеристикам НПЛ знаходять широке застосування в різних областях науки і техніки, в тому числі в оптичних системах обробки інформації.

Для математичного моделювання лазерів, як джерел випромінювання для КОС, будемо використовувати такі характеристики:

1. Потужність випромінювання.
2. Довжина хвилі випромінювання.
3. Характер випромінювання (одномодовий або багатомодовий).
4. Кут розбіжності лазерного пучка θ_l .

1.5.1.2. Проектування оптичної системи розширювача лазерного пучка

Для рівномірного освітлення вхідного транспаранта використовують двокомпонентні оптичні системи (ОС), які перетворюють лазерний пучок малого діаметра в широкий пучок

(рис. 1.12). Вимога перетворити лазерний малого діаметра ω_l в пучок великого діаметра ω_o співпадає з вимогою перетворити пучок з великою кутовою розбіжністю θ_l в пучок з малою розбіжністю θ_o . В свою чергу кут розбіжності θ_l лазерного пучка визначається його конфокальним параметром R_l [26]

$$\theta_l = \sqrt{\frac{2\lambda}{\pi R_l}} = \frac{\lambda}{\pi \omega_l}, \quad (1.48)$$

де ω_l – радіус основної моди в площині перетяжки,

$$\omega_l = \sqrt{\frac{\lambda R_l}{2\pi}}. \quad (1.49)$$

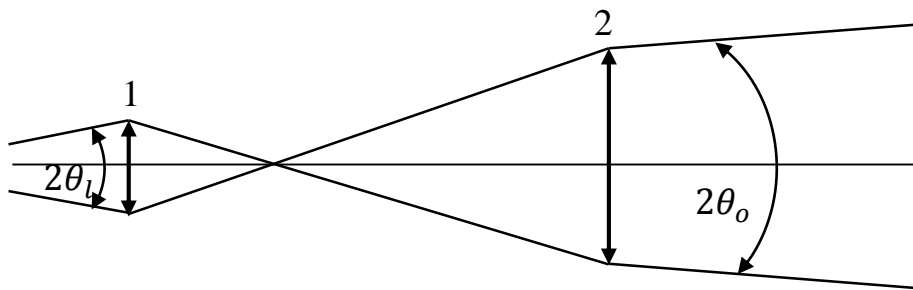


Рисунок 1.12. Колімація лазерного пучка

Радіус пучка збільшується із збільшенням відстані z до перетяжки по закону

$$\omega(z) = \omega_l \sqrt{1 + \frac{2z}{R_l}}. \quad (1.50)$$

Величина θ_l являє собою розбіжність пучка від його осі до рівня зниження інтенсивності в e^2 разів від максимального значення. Для того щоб знайти кут розбіжності θ_o , який відповідає зниженню інтенсивності до заданого рівня I_0 , скористаємося формулою для розподілу інтенсивності в лазерному пучку для основної моди [26]

$$I_0(r_0) = I_{max} \exp(-2r_0^2/\omega_l^2). \quad (1.51)$$

Звідси

$$r_0 = \omega_l \sqrt{0,5 \ln[I_{max}/I_0]}. \quad (1.52)$$

Із визначення кута розбіжності маємо, що

$$\theta_0 = \theta_l \frac{r_0}{\omega_l}. \quad (1.53)$$

Для проектування ОС розширювача пучка розглянемо спочатку перетворення лазерного пучка додатною лінзою (рис. 1.13). Так як дифракційний характер зміни параметрів лазерного пучка зберігається і за лінзою, то перетворений пучок можна характеризувати новим конфокальним параметром R'_l і відстанню d' від лінзи до перетяжки.

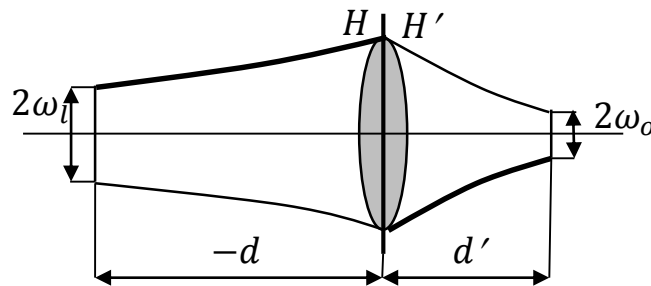


Рисунок 1.13. Перетворення лазерного пучка тонкою додатною лінзою

Якщо перетяжка пучка знаходиться на відстані $-d$ від лінзи з фокусною відстанню f , то конфокальний параметр R'_l пучка за лінзою визначається за формулою

$$R'_l = \frac{R_l}{(1+d/f)^2 + (R_l/2f)^2}. \quad (1.54)$$

Положення перетяжки лазерного пучка за лінзою визначається за формулою

$$1 - \frac{d'}{f} = \frac{1+d/f}{(1+d/f)^2 + (R_l/2f)^2}. \quad (1.55)$$

Формули (1.54) і (1.55) записані з врахуванням правила знаків, що прийняті в теорії оптичних систем, тобто d відраховується від лінзи і вважається додатною величиною, якщо перетяжка розташована справа від лінзи уздовж напрямку розповсюдження світла. Ці формули є основними при габаритному розрахунку оптичних систем з лазерами.

Якщо перетяжку і її зображення оптичною системою розглядати як предмет і його зображення, то

- поперечне збільшення в перетяжках лазерного пучка

$$\beta_l = \frac{\omega'_l}{\omega_l} = \sqrt{\frac{R'_l}{R_l}}; \quad (1.56)$$

- кутове збільшення для лазерного пучка

$$\gamma_l = \frac{\theta'_l}{\theta_l} = \sqrt{\frac{R_l}{R'_l}} \quad (1.57)$$

Для колімації випромінювання лазера часто застосовують телескопічні системи (рис. 1.12). Задача першого компонента полягає у збільшенні кутової розбіжності пучка, за якої після перетяжки пучок променів швидко розбігається і формує необхідний діаметр на другому компоненті на відносно невеликій відстані. В якості першого компонента можна використовувати додану або від'ємну лінзу. Другий компонент встановлюють так, щоб перетяжка пучка, перетворена першим компонентом, розташовувалась в передній фокальній площині другого компонента.

Збільшення телескопічної системи, тобто відношення розбіжності пучка на виході до розбіжності пучка на вході, дорівнює

$$\Gamma_t = \frac{\theta_{l2}}{\theta_l} = \frac{\omega_l}{\omega_{l2}} = \left| \frac{f'_1}{f'_2} \right|. \quad (1.58)$$

Розглянемо методику габаритного розрахунку освітлювальної системи, побудованої на основі телескопічної системи (ТС) Кеплера, яка повинна мати такі вихідні дані:

1. Лазер: He-Ne-лазер працює в одномодовому режимі; довжина хвилі випромінювання $\lambda = 0,6328$ мкм; кут розбіжності $\theta_l = 10$ кут. хв., положення перетяжки співпадає з вихідним дзеркалом.

2. Вхідний транспарант КОС має розміри $X_o \times Y_o = 36 \times 24$ мм.

3. Зменшення освітленості на краю транспаранта складає 50% від максимального значення.

Необхідно знайти:

1. Фокусні відстані і відносні отвори двох компонентів ТС: f'_1, f'_2 і $D_{p1}/f'_1, D_{p2}/f'_2$.

2. Відстань $-d_1$ від лазера до ТС і відстань d'_2 від ТС до транспаранта.

Алгоритм розрахунку наступний:

1. Розраховуємо необхідний діаметр пучка $2\omega_{o0}$ в площині транспаранта, виходячи із умови розташування прямокутного транспаранта в круглому перетині пучка, тобто прямокутник розміром $X_o \times Y_o = 36 \times 24$ мм повинен бути вписаним в коло діаметром $2\omega_{o0}$:

$$2\omega_{o0} = \sqrt{X_D^2 + Y_D^2} \approx 44 \text{ мм.}$$

2. Пучок діаметром $2\omega_{o0}$ повинен забезпечити зменшення освітленості на краю транспаранта на 50% від максимального значення (рис. 1.14). Користуючись формулою (1.52) знаходимо радіус ω_{l2} пучка на рівні зниження інтенсивності в e^2 разів від максимального значення

$$\omega_{l2} = \frac{\omega_{o0}}{\sqrt{0,5 \ln[I_{max}/I_0]}} = \frac{22}{\sqrt{0,5 \ln(\frac{1}{0,5})}} = 37 \text{ мм.} \quad (1.59)$$

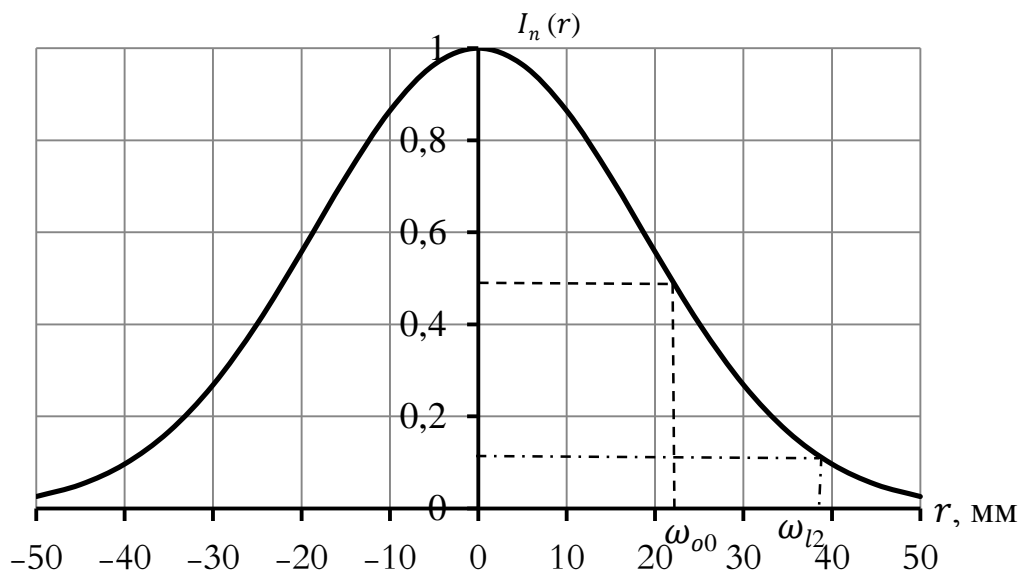


Рисунок 1.14. Нормований розподіл інтенсивності в площині транспаранта

3. Знаходимо збільшення ТС Γ_t , вважаючи, що радіус перетяжки лазерного пучка на виході ТС в першому наближенні дорівнює радіусу ω_{l2} . Радіус перетяжки лазерного пучка знаходимо із формули (1.48)

$$\omega_l = \frac{\lambda}{\pi\theta_l} = \frac{0,6328 \cdot 10^{-3}}{9,26 \cdot 10^{-4}} = 0,69 \text{ мм.} \quad (1.60)$$

За формулою (1.58) знаходимо, що

$$\Gamma_t = \frac{\omega_l}{\omega_{l2}} = \left| \frac{f'_1}{f'_2} \right| = \frac{0,69}{37} = 0,019.$$

4. Визначаємо фокусну відстань f'_1 і відносний отвір першого компонента ТС.

4.1. Фокусну відстань лінзи $f'_1 = 5$ мм і її розташування $-d_1 = 10f'_1 = 50$ мм обираємо довільно, виходячи із конструкторських і технологічних міркувань.

4.2. Діаметр вхідної зіниці D_{p1} (світлового діаметра) першого компонента визначається діаметром лазерного пучка $2\omega_1(z)$ на першому компоненті, який розраховується за формулою (1.50), коли $z = -d_1 = 50$ мм. Конфокальний параметр лазерного пучка знаходимо із формули (1.48)

$$R_l = \frac{2\lambda}{\pi\theta_l^2} = \frac{2 \cdot 0,6328 \cdot 10^{-3}}{\pi(9,26 \cdot 10^{-4})^2} = 470 \text{ мм.} \quad (1.61)$$

Тоді

$$2\omega_1(z) = 2 \cdot 0,78 \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 50}{470}} = 1,72 \text{ мм.}$$

Із технологічних міркувань обираємо $D_{p1} = 2$ мм. За цих умов перший компонент має відносний отвір $D_{p1}: f'_1 = 2:5$.

5. Положення перетяжки d'_1 за першим компонентом визначаємо із формули (1.55). За формулою (1.54) розраховуємо конфокальний параметр R'_{l1} пучка за лінзою

$$R'_{l1} = \frac{470}{(1-50/5)^2 + (470/10)^2} = 0,21 \text{ мм.}$$

Тоді

$$d'_1 = f'_1 \left[1 - \frac{1+d/f}{(1+d/f)^2 + (R_l/2f)^2} \right] = 5 \left[1 + \frac{9}{(1-50/5)^2 + (470/10)^2} \right] = 5,02 \approx 5 \text{ мм.}$$

Це означає, що перетяжка перетвореного пучка знаходиться в задній фокальній площині першого компонента.

6. Визначимо фокусну відстань f'_2 і відносний отвір другого компонента ТС.

6.1. Фокусну відстань лінзи f'_2 знаходимо із формули (1.58)

$$f'_2 = \frac{f'_1}{\Gamma_t} = 263 \text{ мм.}$$

6.2. Із умови рівності відносних отворів двох компонентів знаходимо діаметр вхідної зіниці другого компонента

$$D_{p2} = f'_2 \frac{D_{p1}}{f'_1} = 263 \frac{2}{5} = 105 \text{ мм.}$$

7. Положення перетяжки d'_2 за другим компонентом визначаємо із формули (1.55). За формулою (1.54) розраховуємо конфокальний параметр R'_{l2} пучка за другою лінзою, де $R_{l2} = R'_{l1} = 0,21$ мм і $-d_2 = f'_2 = 263$ мм:

$$R'_{l2} = \frac{0,21}{(1-263/263)^2 + (0,21/2 \cdot 263)^2} \approx 1,3 \cdot 10^6 \text{ мм.}$$

Тоді $d'_2 = f'_2 = 263$ мм. Це означає, що перетяжка лазерного пучка на виході ТС розташована в задній фокальній площині другого компонента.

З конструктивних міркувань обираємо відстань між ТС і вхідним транспарантом рівною 50 мм.

8. Діаметр лазерного пучка $2\omega_2(z)$ на транспаранті знаходимо за формулою (1.50), де $z = 188$ мм.

$$2\omega_2(z) = 2 \cdot 37 \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 213}{1,3 \cdot 10^6}} \approx 74 \text{ мм.}$$

9. Загальна довжина ТС в тонких компонентах складає $L = f'_1 + f'_2 = 268$ мм.

1.5.2. Вхідний транспарант

Оптичним транспарантом називають оптичний пристрій (наприклад, діапозитив, дифракційна ґратка, діафрагма, фазова пластинка і т.п.), який розташований на шляху пучка світла для здійснення певного перетворення амплітуди і/або фази світлової хвилі. Дія транспаранта описується комплексною функцією амплітудного коефіцієнта пропускання (відбиття) $t_o(x, y)$, при цьому

$$V(x, y) = t_o(x, y)V'(x, y), \quad (1.62)$$

де $V(x, y)$ і $V'(x, y)$ – розподіл амплітуди світлового поля до і після транспаранта відповідно.

Вхідний транспарант призначений для введення сигналу до КОС для подальшого його дослідження. Вхідний сигнал записується, як правило, у вигляді амплітудного коефіцієнта пропускання, який змінюється по площині та в часі. Тому такий транспарант називають *просторово-часовим модулятором* світла (ПЧМС) [16].

Принцип модуляції світла в більшості випадків заснований на зміні комплексного показника заломлення середовища, що призводить до модуляції амплітуди або фази. Модуляція також можлива при деформації або зміні структури середовища, що призводить, наприклад, до зміни показника заломлення або рельєфу матеріалу, до обертання площини поляризації світлової хвилі або зміни розсіювання світла.

Найчастіше використовують такі фізичні методи модуляції:

1. Модуляція фази або поляризації світла на основі зміни показника заломлення оптичного середовища, наприклад в результаті електрооптичних або акустооптичних ефектів в кристалах, переорієнтації молекул рідинного кристала (РК).

2. Модуляція поляризації при обертанні площини поляризації світла, наприклад в результаті магнітооптичних ефектів в кристалах

(ефект Фарадея), переорієнтації молекул в спіральні закручені РК-структурах.

3. Модуляція фази світла при зміні показника заломлення, наприклад в результаті фазових переходів в халькогенідному склі та РК, температурних зсувів, фотозбудження електронів в напівпровідниках.

4. Модуляція фази хвилі на основі зміни геометричного рельєфу поверхні матеріалу, наприклад внаслідок взаємодії наведених електростатичних зарядів, електрострикції, п'єзоелектричного ефекту.

5. Модуляція амплітуди світлової хвилі на основі зміни поглинання світла матеріалом, наприклад в результаті фото- або електрозбудження електронних станів в фотохромних і електрохромних матеріалах, зсуву краю смуги власного поглинання в напівпровідниках, зміні в них числа і рухомості носіїв.

6. Модуляція амплітуди світлової хвилі на основі зміни здатності середовища розсіювати світло, наприклад в результаті структурного упорядкування оптичного середовища – РК, електрооптичної кераміки.

Перетворення одного виду модуляції в інший здійснюється за допомогою поляроїдів, фазових пластинок, інтерферометрів, при дифракції світла і т.п.

В основі дії сучасних ПЧМС лежать різні температурні, електрооптичні, магнітооптичні, акустооптичні та ін. ефекти – ефекти Поккельса, Керра, Фарадея, дифракція Брегга та ін. Такі модулятори виготовляють у вигляді електрично (ЕКТ) та оптично (ОКТ) керованих оптичних транспарантів і характеризуються такими параметрами:

- лінійні розміри апертури, мм;
- число пікселів;
- роздільна здатність, лін/мм;
- робоча і керуюча (для ОКТ) довжина хвилі, нм;
- величина керуючої напруги (для ЕКТ), В;

- контраст, рівний відношенню різниці максимального і мінімального коефіцієнтів пропускання до їх суми;
- швидкодія;
- нелінійність функції передачі;
- шумовий сигнал.

Типовий розмір апертури 20–30 мм.

Електрично керовані модулятори світла. Прикладом електровакуумного ЕКТ є ПЧМС «Титус», в основі принципу роботи якого лежить лінійний електрооптичний ефект Покеельса (рис. 1.15). Пластинка із електрооптичного кристала DKDP (KD_2PO_4), що знаходиться при температурі $-60^\circ C$, сканується електронним променем, який створює заданий електричний потенціал $U(x, y)$ і відповідний градієнту потенціалу розподіл локального електричного поля $E(x, y)$. Для охолодження кристала застосовуються термоелементи Пелт'є. Під дією електричного поля, внаслідок ефекту Покеельса, величина подвійного променезаломлення в різних ділянках (x, y) кристалічної пластинки прямо пропорційна величині $E_z \sim \nabla U(x, y)$ поздовжньої складової напруженості електричного поля

$$\Delta n(x, y) = n_x - n_y = n^3 p E_z(x, y), \quad (1.63)$$

де n – показник заломлення кристала; p – коефіцієнт Покеельса.

Пластинка кристала розташована між схрещеними лінійними поляризаторами P_1 і P_2 (рис. 1.15). При цьому розподіл інтенсивності світла в перетині пучка на виході такої оптичної системи визначається за формулою

$$I(x, y) = I_0 \sin^2 \left[\frac{\pi V(x, y)}{2 V_0} \right], \quad (1.64)$$

де V_0 – напруга, яка створює різницю ходу в кристалі $\lambda/2$; $V(x, y)$ – різниця потенціалів в області (x, y) поверхні пластинки.

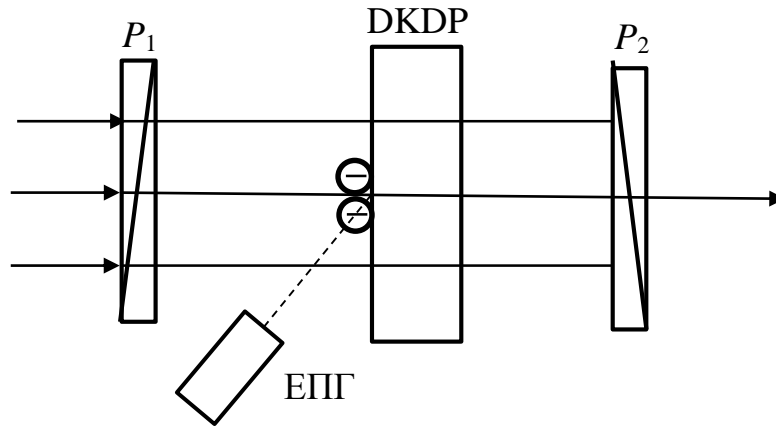


Рисунок 1.15. Просторово-часовий модулятор світла «Титус»: P_1 , P_2 – поляризатори; ЕПГ – електронно-променева гармата

ЕКТ «Титус» може використовуватися в якості амплітудного або фазового (при відсутності лінійного поляризатора на виході системи) просторового модулятора з роздільною здатністю біля 30 лін/мм, часом переключення 10 мкс, коефіцієнтом контрасту 1:100.

ЕКТ на основі електрооптичної кераміки мають переваги перед електровакуумними ПЧМС, завдяки порівняно низькій вартості. Робочим матеріалом в цих модуляторів являються пластинки із полікристала цирконата-тітаната свинцю, легованого лантаном (ЦТСЛ), товщиною біля 100 мкм. В такій п'єзокераміці утворюються області спонтанної електричної поляризації (домени), вектора орієнтації яких за відсутністю зовнішнього поля розташовані хаотично (рис.1.16,а). При проходженні світла через ЦТСЛ стан поляризації світла змінюється незначно, так як середня величина подвійного променезаломлення при цьому близька до нуля.

При дії зовнішнього електричного поля, що забезпечується створенням потенціального рельєфу ґраткою прозорих електродів на поверхні ЕКТ, напрямок вектора спонтанної поляризації доменів кераміки розташовується уздовж вектора зовнішнього поля. Внаслідок продольного електрооптичного ефекту Поккельса в різних ділянках

ЦТСЛ середня величина подвійного променезаломлення становиться відмінною від нуля, що призводить до зміни поляризації світла (рис. 1.16,б). П'єзокерамічні ЕКТ містять до 10^4 пікселів розміром $0,3 \times 0,3$ мм, прозорі в широкому діапазоні довжин хвиль $0,6 - 6,0$ мкм, мають високий контраст 1:500 і малий час переключення 0,1 мс.

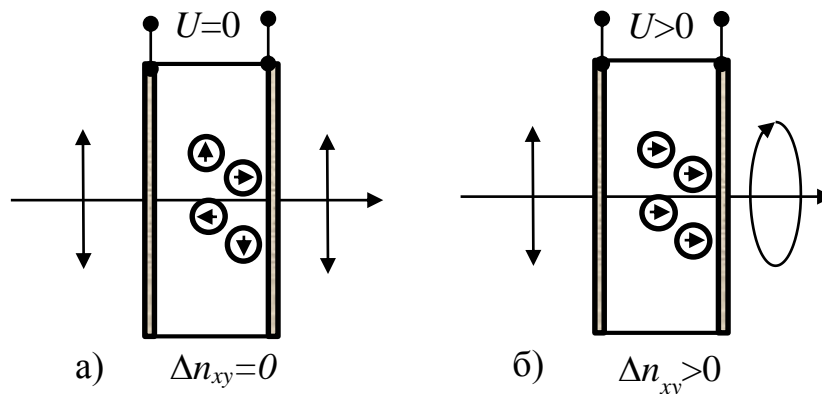


Рисунок 1.16. П'єзокерамічний електрично керований транспарант

Оптично керовані модулятори світла. Одним із перших оптично керованих ПЧМС був ОКТ «Фототитус», принцип роботи якого пояснюється рис. 1.17. В основі дії такого транспаранта лежить прокольний ефект Погкельса в тонкій, товщиною 150 мкм, пластинці кристала DKDP. На відміну від ЕКТ «Титус», просторовий зарядовий рельєф біля поверхні кристала створюється не електронним променем, а електричними зарядами, що виникають в результаті внутрішнього фотоефекту в шару фотопровідника – селену, який знаходиться в контактi з кристалом. Між шаром селену товщиною 10 мкм і кристалом DKDP розташоване діелектричне дзеркало (багатошарове інтерференційне покриття) з високим коефіцієнтом відбиття для довжини хвилі зчитування 633 нм.

Різниця потенціалів прозорих електродів, які розташовані на зовнішніх поверхнях ОКТ, становить 100 В. Поглинання

випромінювання на довжині хвилі запису 300–400 мкм визиває утворення електронів провідності в шарі селену, які під дією зовнішнього електричного поля дрейфують до границь пластинки і створюють відповідний просторовий зарядовий рельєф і, як наслідок, різне електричне поле в пластинці. В результаті штучного подвійного променезаломлення здійснюється просторова модуляція поляризації пучка світла, який зчитує записаний сигнал. ОКТ «Фототитус» при апертурі 30 мм має просторове розділення до 40 лін/мм і контраст 1:100. Недоліком цього транспаранта є необхідність охолодження кристала до -50°C (нижче точки Кюрі).

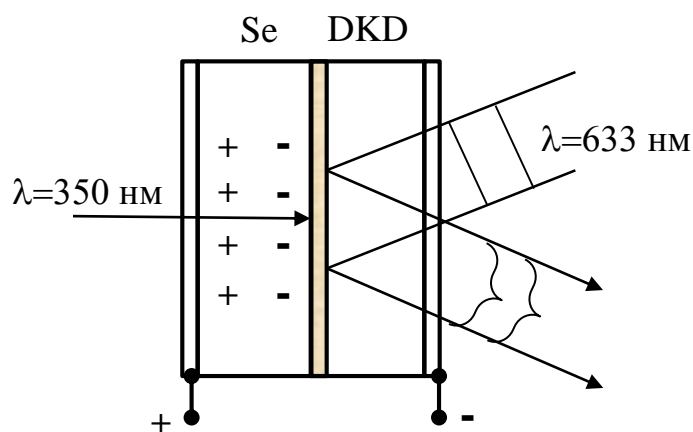


Рисунок 1.17. Оптично керований транспарант «Фототитус»

Прикладом ПЧМС, в якому використовуються як електрооптичні так і напівпровідникові властивості одного кристала є ОКТ «ПРОМ», принцип дії якого пояснюється на рис. 1.18.

Основою ПЧМС «ПРОМ» є пластинка із високоомного кристала силікату або германіта вісьмуту (BSO) товщиною 100 мкм. З боків пластинки розміщені шари ізоляторів товщиною 3 мкм і прозорі електроди. В режимі запису при освітленні ділянки кристала синім або ультрафіолетовим світлом ($\lambda = 442 \text{ мкм}$) в результаті внутрішнього фотоефекту утворюються носії заряду, які під дією зовнішнього поля

дрейфують до поверхні кристала і захоплюються пастками, утворюючи відповідний рельєф електричного потенціалу. Локальне електричне поле внаслідок поздовжнього електрооптичного ефекту Поккельса створює штучне подвійне променезаломлення в кристалі, яке призводить до фазової або амплітудної просторової модуляції світла зчитування з довжиною хвилі 633 нм. ОКТ «ПРОМ» характеризується високим контрастом біля 1:1000 і низьким просторовим розділенням до 10 лін/мм. Такі ПЧМС зазвичай використовуються для перетворення некогерентного зображення в когерентне, наприклад, на довжині хвилі 632,8 нм гелій-неонового лазера.

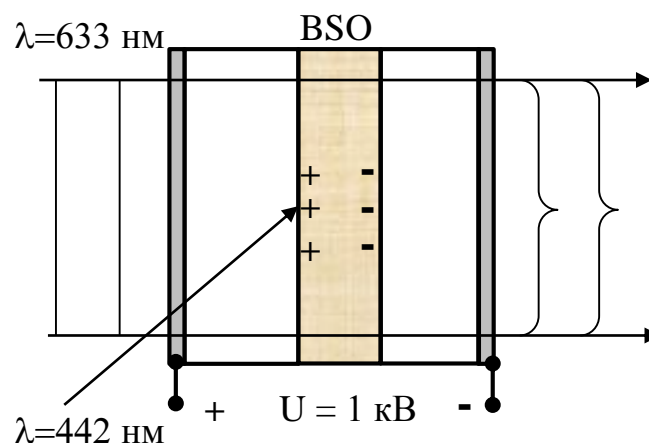


Рисунок 1.18. Оптично керований транспарант «ПРОМ»

Крім розглянутих типів ПЧМС, на сучасному етапі розроблені нові модулятори на основі термопластиків, рідинних кристалів, магнітооптичних матеріалів, напівпровідникових структур і т.п. Завдяки використанню сучасних технологій оптики і мікроелектроніки в останні роки створені модулятори з високими характеристиками.

Рідиннокристалічні ПЧМС побудовані на основі рідких кристалів (РК) – середовищ, що знаходяться в проміжному стані між рідиною і твердим тілом. Молекули РК мають протяжну форму, напрямком яких називається директором. По способу орієнтації директора розрізняють

три типу РК: нематики, смектики, холестерики. В РК спостерігаються електрооптичні ефекти і ефекти зміни провідності, обумовлені взаємодією молекул з електричним полем. Деформація директора РК визиває зміну його оптичних властивостей (подвійного променезаломлення, оптичної активності, пропускання, розсіювання) і електричних властивостей (ємності, провідності, поляризації).

Серед електрично керованих РК ПЧМС з амплітудною модуляцією світла найбільш розповсюдженні прилади на основі твіст-ефекту, який проявляється у вигляді комбінації поздовжнього, поперечного прогину і закручування директора. Для них характерні висока однорідність модуляційної характеристики по поверхні модулятора, достатній контраст (більше 100:1) і малий хроматизм. Оптичні властивості РК при твіст-ефекті проявляються не тільки в подвійному променезаломленні, але й оптичній активності.

Акустооптичні модулятори (АОМ) широко використовуються в оптичних системах обробки інформації для фазової, амплітудної і частотної модуляції світла. Дія АОМ основана на дифракції світла на динамічній фазовій ґратці, яка утворюється в результаті розповсюдження в оптично прозорому середовищі акустичних хвиль. При розповсюдженні акустичної хвилі в однорідному середовищі періодично змінюється його щільність ρ , як наслідок, змінюється показник заломлення середовища

$$n(z) = n_0 + \Delta n \sin \left[2\pi f_3 \left(t - \frac{z}{v_3} \right) \right], \quad (1.65)$$

де n_0 – середній показник заломлення матеріалу модулятора; f_3 – частота звукової хвилі; v_3 – швидкість звукової хвилі. Амплітуда модуляції показника заломлення середовища дорівнює

$$\Delta n = -\frac{n_0^2}{2} p \sqrt{\frac{2P_3}{C_3 v_3}}, \quad (1.66)$$

де p – пружнооптична стала матеріалу; P_3 – потужність звуку; C_3 – модуль пружності матеріалу звукопроводу. Довжина звукової хвилі Λ в такому звукопроводі дорівнює

$$\Lambda = \frac{v_3}{f_3}. \quad (1.67)$$

В залежності від числа утворених дифракційних порядків, розрізняють багатопорядковий (Рамана – Ната) і однопорядковий (Брегга) режими дифракції світла на об'ємних фазових періодичних структурах. Ефективність модуляції світлової хвилі акустичним сигналом визначається співвідношенням

$$\eta = \frac{I_{\pm 1}}{I_0}, \quad (1.68)$$

де $I_{\pm 1}$ – інтенсивність світла в одному із перших дифракційних порядків; I_0 – інтенсивність падаючого світла.

Завдяки високій ефективності дифракції, на практиці застосовується режим дифракції Брегга, схема якого наведена на рис. 1.19.

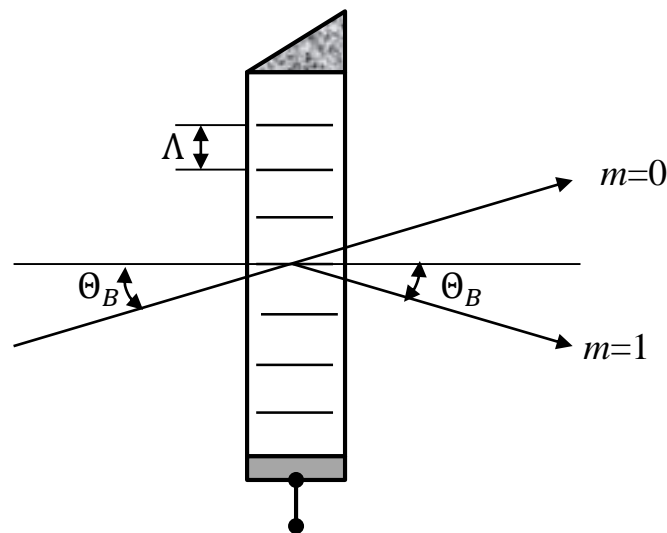


Рисунок 1.19. Дифракція Брегга на акустичній об'ємній дифракційній ґратці

Рухома акустична хвиля створюється п'єзоелектричним випромінювачем звука, який закріплений на нижньому торці звукопроводу. На протилежному кінці звукопроводу розміщується поглинач звуку. В фіксований момент часу розподіл величини показника заломлення уздовж осі звукопроводу наведено на рис. 1.20.

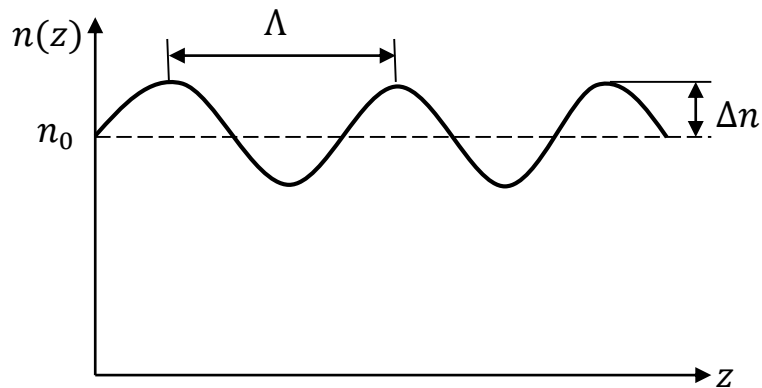


Рисунок 1.20. Фазова дифракційна ґратка, що утворена акустичною хвилею у фіксований момент часу

Для ефективної дифракції необхідно виконання спеціального співвідношення (умови Брегга) між довжиною хвилі λ дифрагованого світла, періодом ґратки Λ і кутом Θ_B падіння світла на дифракційну ґратку

$$\lambda = 2n_0\Lambda\sin\Theta_B, \quad (1.69)$$

де Θ_B – кут падіння світла в середовищі (кут Брегга).

Дифракційна ефективність η , яка дорівнює відношенню інтенсивності I_d дифрагованого світла до інтенсивності I_0 падаючого світла, в фазових ґратках Брегга, що пропускають світло, періодично залежить від товщини звукопроводу і других параметрів дифракції

$$\eta = \frac{I_d}{I_0} = \eta_0 \sin^2 \left(\frac{\pi \Delta n d}{\lambda \cos \Theta_B} \right). \quad (1.70)$$

Змінюючи потужність акустичної хвилі в звукопроводі можна досягти величини аргументу синуса в (1.70), яка дорівнює $\pi/2$. При цьому ефективність дифракції світла може наближатись до 100%.

Особливістю дифракції Брегга є високі спектральна і кутова селективність дифракції. Для ґратки Брегга, що працює на пропускання, спектральна селективність $\Delta\lambda/\lambda$ визначається співвідношенням

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{2n_0 d \sin\Theta_B}, \quad (1.71)$$

а кутова селективність співвідношенням

$$\Delta\Theta = \frac{\lambda}{2n_0 d \cos\Theta_B}. \quad (1.72)$$

Необхідно відмітити, що при дифракції світла на рухомій акустичній хвилі частота світла в першому порядку дифракції завжди зміщена відносно частоти падаючого світла на величину частоти звукової хвилі. При цьому знак зміщення частоти, подібно до ефекту Допплера, визначається напрямком звука відносно падаючого променя світла (наприклад, на рис. 1.19 частота дифрагованого світла менша частоти падаючого світла на величину f_3). Ця властивість використовується в пристроях плавного регулювання частоти світла, які застосовуються в інтерферометрах, волоконних гіроскопах і т.п.

1.5.3. Фур'є-об'єктив

Розробка фур'є-об'єктива є важливим етапом проектування оптичної системи КОС. Для забезпечення високої точності двовимірного перетворення Фур'є до об'єктива пред'являються високі вимоги. В реальному об'єктиві, що має кінцеві розміри, присутні аберації, що значно впливають на точність двовимірного перетворення Фур'є та роздільну здатність приладу. Фур'є-об'єктив має бути виправлений на монохроматичні аберації третього порядку та мати достатньо великий апертурний кут. Особливо важливою умовою використання фур'є-об'єктива в КОС є забезпечення ним лінійної залежності між координатами у задній фокальній площині об'єктива та просторовими

частотами в спектрі вхідного транспаранта. Ця залежність визначається дисторсією фур'є-об'єктива.

В основному більшість досліджень присвячено проектуванню фур'є-об'єктивів, що складаються з декількох лінз. Ці дослідження направлені на розробку методів розрахунку, за допомогою яких можна отримати параметри об'єктива, що має відповідну якість зображення, необхідну для систем оптичної обробки інформації [27–29].

Так, у статті [28] розглядається принцип проектування фур'є-об'єктива, оптична система якого побудована на симетричній лінзовій системі, що складається з шести лінз (рис.1.21). Основною перевагою симетричної системи є те, що за її допомоги усуваються перші чотири аберації Зейделя, окрім дисторсії. Система складається з однієї пари ідентичних триплетів, що розташовані симетрично на загальній оптичній вісі. Зменшення довжини від передньої фокальної площини лінзової системи до задньої було досягнуто за рахунок розташування всіх лінзових елементів відносно близько до вхідної та вихідної зіниць, чим було забезпечено накладення головних площин об'єктива. Отже, збільшення кількості лінз в об'єктиві дозволяє усунути або зменшити аберації. В свою чергу збільшення кількості елементів, призводить до ослаблення світлового потоку за рахунок відбиття та розсіювання світла на поверхнях лінз, а також до збільшення габаритних розмірів і вартості об'єктива. Об'єктив має такі параметри: фокусна відстань $f' = 250$ мм, роздільна здатність $\nu_{res} = 150$ мм⁻¹, максимальна хвильова аберація $W_{max} = \lambda/20$, довжина системи $L = 188$ мм.

Розглянемо деякі методи розрахунку когерентних спектроаналізаторів на основі дифракційних лінз. Метою цих розрахунків є отримання значень узагальнених характеристик, що визначають властивості приладу при певних параметрах оптичної системи.

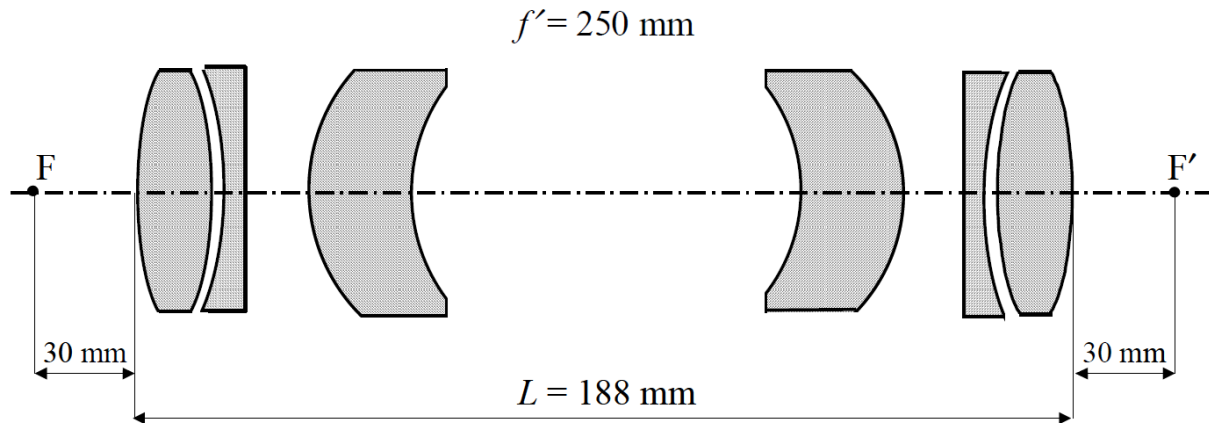


Рисунок 1.21. Шестилінзовий фур'є – об'єктив

В монографії [30] було показано, що двохлінзовий об'єктив, що формує зображення в нескінченості й складається з дифракційної лінзи та асферики, вільний від всіх монохроматичних аберацій третього порядку за виключенням коми та дисторсії. В монографії також запропонована схема поза осьового дифракційного фур'є-об'єктива та наведені методи розрахунку параметрів фур'є-аналізатора такі, як роздільна здатність в спектрі просторових частот, інформаційна ємкість, рівень когерентного шуму та габаритні розміри системи.

В якості фур'є-об'єктива можна використовувати об'єктиви для повноформатних дзеркальних фотоапаратів. Наприклад, фотоапарат Nikon D610 має панкратичний об'єктив, фокусна відстань якого змінюється від 24 мм до 85 мм, а діафрагмове число – від 3,5 до 4,5.

Роль фур'є-об'єктива здатні виконувати високоякісні об'єктиви для фотоапаратів. Параметри таких об'єктивів наведені в табл. 1.1, а їх зовнішній вигляд представлено на рис. 1.22.



а)



б)



в)



г)

Рис. 1.22. Об'єктиви для фотоапаратів: а – Nikon AF Nikkor 50 mm f/1,8D; б – Nikon AF-S Nikkor 50 mm f/1,8G; в – Sigma 50 mm f/2,8 EX DG Macro for Nikon; г – Nikon AF-S Nikkor 24 - 120 mm f/4G ED VR

Таблиця 1.1

Технічні характеристики фотографічних об'єктивів

Тип об'єктива	Характеристика		
	Діафрагмове число	Фокусна відстань, мм	Ціна, грн
Nikon AF Nikkor 50 mm f/1,8D	1,8 – 22	50	2500
Nikon AF-S Nikkor 50 mm f/1,8G	1,8 – 16	50	5400
Sigma 50 mm f/2,8 EX DG Macro for Nikon	2,8 - 22	50	7100
Nikon AF-S Nikkor 24 - 120 mm f/4G ED VR	4 – 22	24 – 120	24000

1.5.4. Реєстратор спектру сигналу

В якості реєстратора розподілу інтенсивності світла в площині спектрального аналізу можна використовувати: фотографічні плівки, одноелементні приймачі випромінювання (ПВ) з двохкоординатною системою сканування, матричні приймачі випромінювання (МПВ). Усі ці реєстратори використовувались на певному періоду розвитку оптико-електронного приладобудування.

На сучасному рівні в якості реєстратора розподілу спектра сигналу в КОС доцільно використовувати ПЗЗ-матриці [30]. ПЗЗ-матриця (скорочено від «пристрій з зарядовим зв'язком») або CCD-матриця (скорочено від «Charge Coupled Device») є одним з основних елементів цифрових фотоапаратів і фотокамер. Принцип роботи ПЗЗ-матриці, що ґрунтується на ідеї зберігати і потім зчитувати електронні заряди, був розроблений співробітниками корпорації Bell у ході пошуку нових типів пам'яті для комп'ютерів. Ідея виявилася неперспективною, але здатність кремнію реагувати на видиме світло, привела до думки спробувати використати такий принцип для отримання і обробки зображень об'єктів. В 2006 року Національна Академія інженерів (США) нагородила Уїлларда Бойля (Willard Boyle) і Джорджа Сміта (George Smith) премією Чарльза Старка за внесок у винахід та дослідження ПЗЗ-структур в 1969 році. У 2009 році обидва винахідники отримали Нобелівську премію по фізиці за розробку CCD-матриці, яка відкрила шлях цифровій фотографії та цифровому відео.

В основі роботи ПЗЗ лежить явище внутрішнього фотоефекту. При освітленні структури світловим потоком в напівпровіднику генеруються пари носіїв заряду – електрон і дірка. Під дією позитивної напруги дірки витісняються в глиб напівпровідника, а неосновні носії заряду, електрони, накопичуються в потенціальній ямі. Тут вони можуть зберігатися достатньо тривалий час, оскільки дірок в збідненій області

немає і електрони не рекомбінують. Електроди виготовлені з полікристалічного кремнію, який є прозорим майже у всьому видимому діапазоні. Якщо два мініатюрних конденсатори розмістити один біля одного так, щоб їх електричні поля впливали один на одного, потенціальні ями двох конденсаторів стануть зв'язаними, а накопичений заряд потече в більш глибоку потенціальну яму. Таке перетікання зарядів складає основу принципу дії пристроїв з зарядовим зв'язком.

Простий ПЗЗ-приймач являє собою конденсатор, здатний під дією світла накопичувати електричний заряд в МОН-конденсаторі. За своєю структурою такі конденсатори представляють собою сандвіч із метала, оксиду і напівпровідника (від перших літерів цих компонентів вони і отримали свою назву). В якості напівпровідника використовується легований кремній *p*-типу, тобто такий напівпровідник, в якому за рахунок атомів домішки (легування) утворюються додаткові дірки. Над напівпровідником розташований тонкий шар, діелектрика (оксиду кремнію), а зверху – шар металу, що виконує функцію затвора.

Двовимірний масив (матрицю) пікселів отримують за допомогою стоп-каналів, що розділяють електродну структуру ПЗЗ на стовпці. Стоп-канали — це вузькі області, що формуються спеціальними технологічними прийомами в поверхневій області, які перешкоджають розтіканню заряду в сусідні стовпці. Як правило, такі матриці складаються з двох ідентичних областей – області накопичення і області зберігання. Пристрій схематично показаний на рис. 1.23.

За час експозиції в секції накопичення утворюються фотоелектрони. Після цього тактові імпульси, що подаються на затвори, переносять накопичені заряди із секції накопичення до затемненої секції зберігання, тобто фактично відбувається передача усього кадру. Тому така архітектура і отримала назву ПЗЗ з покадровим переносом.

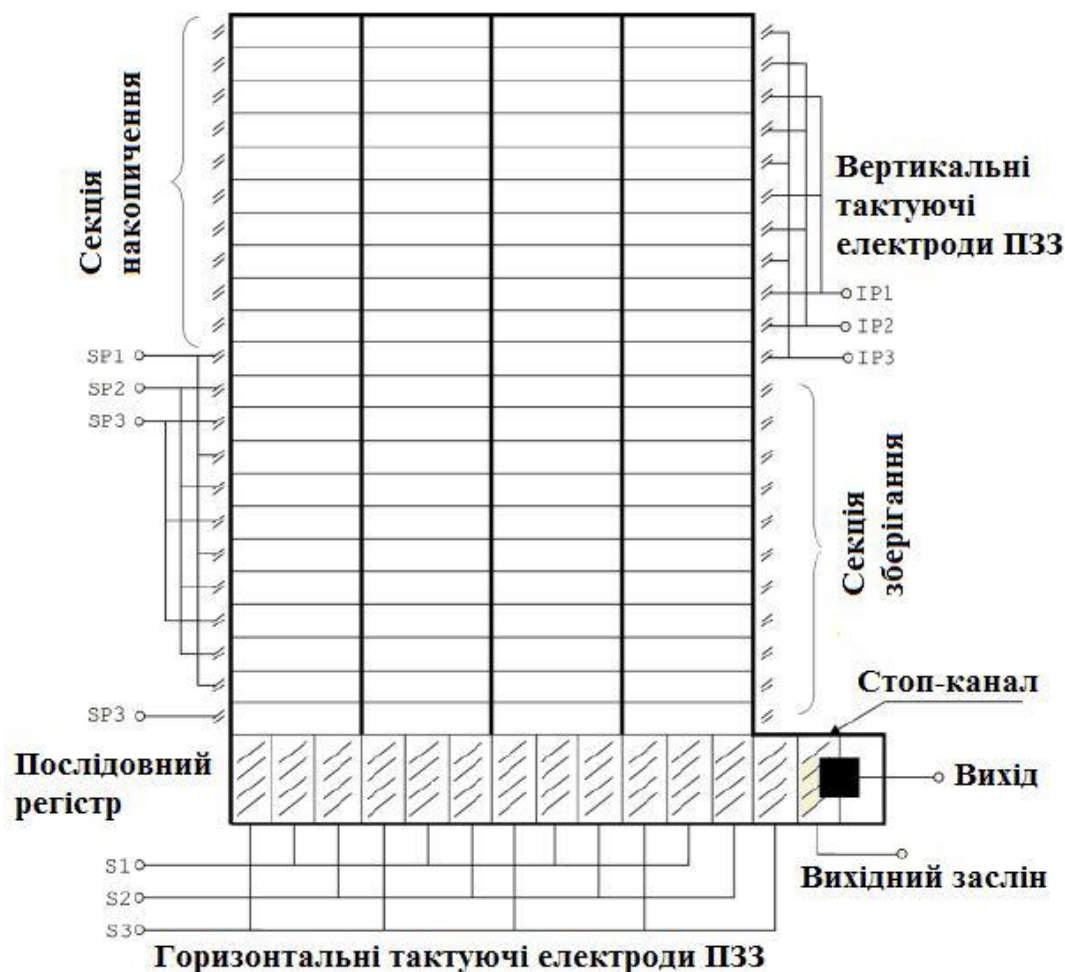


Рисунок 1.23. Структура ПЗЗ-матриці

Після переносу секція накопичення очищається і може повторно накопичувати заряди, в той час як із секції пам'яті заряди потрапляють в горизонтальний регістр зчитування. Структура горизонтального регістра аналогічна до структури ПЗЗ-сенсора і має три затвори для переносу заряду.

Область зберігання захищена від дії світла світлонепроникним покриттям. Зарядовий рельєф, сформований в області накопичення, швидко переноситься в область зберігання і, потім, поки експонується наступний кадр, зчитується порядково у вихідний (послідовний) регістр зсуву. Кожний елемент горизонтального регістра має зарядовий зв'язок з відповідним стовбцем секції пам'яті, і за кожен тактовий імпульс із

секції накопичення в реєстр зчитування надходить увесь рядок, який після цього передається до вихідного підсилювача для подальшої обробки.

Розглянута схема ПЗЗ-матриці має одну безсумнівну перевагу – високий коефіцієнт заповнення (fill factor). Цим терміном називають відношення фоточутливої площі матриці до її загальної площі. У матриць з покадровим переносом коефіцієнт заповнення досягає практично 100%. Така особливість дозволяє створювати на їх основі надзвичайно чутливі прилади.

Основні параметри ПЗЗ-матриць:

- *Кількість пікселів матриці* (Array Format). Цей параметр характеризує роздільну здатність датчика. Чим більше пікселів, тим більш деталізованим буде зображення. Роздільна здатність визначається двома способами. По-перше, можна підрахувати загальне число пікселів (наприклад, якщо воно становить 1,5 мільйона, говорять про 1,5-мегапіксельну камеру). По-друге, можна вказати кількість стовпців і рядків ПЗЗ-матриці, що беруть участь у формуванні зображення (скажімо, 1360×1020) - це максимальний розмір кадру у пікселях, тобто число активних пікселів, які використовуються для одержання зображення. Різниця між цими двома показниками зазвичай не перевищує 5%. Існує кілька причин такої розбіжності. По-перше, в процесі виготовлення сенсора створюються «темні», дефектні пікселі (створення повністю справного сенсора практично неможливо при існуючих технологіях). По-друге, деякі пікселі використовуються для інших цілей, наприклад, для калібрування сигналів сенсора. По-третє, на частину пікселів по краях світло не потрапляє. Ці пікселі допомагають визначити фоновий шум, який потім буде відніматися з сигналів активних пікселів.

- *Оптичний формат* (Optical format) – це розмір діагоналі активної області матриці фотоелементів в дюймах і приймає значення: 1", 2/3", 1/2", 1/3", 1/4". Матриці великого формату 1", 2/3" практично перестали випускатися, оскільки камери на їх основі виходять дуже громіздкими і дорогими. Останні моделі ПЗС-матриць фірми "Sony" мають формат 1/4". На основі таких матриць деякі фірми випускають надмініатюрні камери. Але чим менший розмір матриці, тим менша чутливість (через малу площу пікселів) і при цьому ж вноситься більший рівень шумів, погіршуючи якість зображення. Розмір матриці важливий при визначенні кута огляду камери. З однаковими об'єктивами камера на основі матриці 1/2" має більший кут огляду, ніж камера з матрицею 1/3".
- *Чутливість* (Sensitivity). Під чутливістю розуміється відношення величини електричного сигналу, що формується датчиком, до величини його експозиції. Величина електричного сигналу часто представляється у вольтах, а експозиція в лк·сек. При обчисленні чутливості кожен виробник використовує свою власну методику, тому порівняння за цим параметром продукції різних виробників часто є некоректним.
- *Квантова ефективність* (Quantum Efficiency). Це відношення числа зареєстрованих фотонів до їх загального числа, що потрапило на світлочутливу область матриці. Цей параметр має дуже високе значення для CCD-датчиків – у кращих зразків він досягає 95%. Для порівняння, квантова ефективність людського ока складає близько 1%.
- *Динамічний діапазон* (Dynamic Range) – це відношення максимального вихідного сигналу датчика до його власного рівня шуму. Цей параметр вказується, як правило, в дБ. Людське око має

дуже великий динамічний діапазон - близько 200 дБ. Жоден штучний прилад не має такого високого значення цього параметра.

- *Відношення сигнал/шум SNR (Signal Noise Ratio)*. Під відношенням сигнал/шум розуміється величина, рівна відношенню корисного відеосигналу до рівня шуму, виражена в дБ. Прийнятним відношенням сигнал/шум вважається величина не менше 50 дБ.

ПЗЗ-матриці випускаються і активно використовуються компаніями Nikon, Canon, Sony, Fuji, Kodak, Matsushita, Philips, Samsung, Sharp і багатьма іншими. В табл. 1.2 наведені параметри ПЗЗ-матриць провідних компаній, які застосовуються в сучасній техніці.

Таблиця 1.2

Основні характеристики ПЗЗ-матриць

Фірма	Марка ПЗЗ-матриці	Формат	Кількість пікселів, 10^6	Розмір пікселя, мкм^2	Частота кадрів, Гц
Sony	ICX625ALA	2/3"	2456×2058	3,4×3,4	15
	ICX445ALA	1/3"	1296×966	3,7 x 3,7	
Kodak	KAF-16801	36,88× 36,88мм ²	16	9×9	0,4
	KAF-50100	36×48мм ²	50	6×6	0.6
Sharp	RJ23Y3BA0LT	1/2,3"	12	1,55×1,55	30
	RJ23Y3HA0LT	1/2,3"	12	1,55×1,55	30
Panasonic	MN39690PL	1/1,72"	12,43	1,85×1,85	30

Компанія Sony – світовий лідер у розробці та виготовленню ПЗЗ- і КМОН-матриць широкого застосування, як для аматорських фотоапаратів і камер, так для ринку професійного і спеціального обладнання.

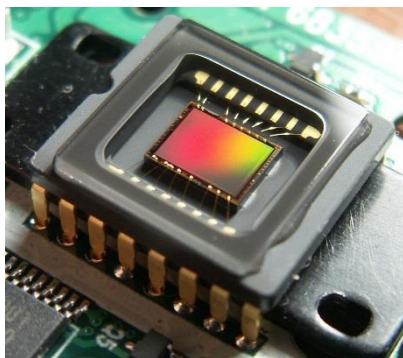
Компанія Eastman Kodak представила технологію четвертого покоління TRUESENSE, призначену для створення повноформатних ПЗЗ-датчиків з розміром пікселя 6 мкм для професійної фотоапаратури. Роздільна здатність першого, реалізованого за цією технологією матричного ПЗЗ-датчика KAF-50100, складає 50Мп (8176×6132 пікселів). Розмір датчика - 48×36мм, розмір пікселя - 6 мкм, що на 28% менше розміру пікселя датчиків попереднього покоління. Незважаючи на такий розмір пікселя, основні характеристики датчика не змінилися порівняно з попередніми пристроями [40].

Компанія Fujifilm удосконалює технологію отримання високоякісних фотографій з використанням платформи Super CCD Sensor, яка дозволяє отримувати високу роздільну здатність і широкий динамічний діапазон. Остання розробка компанії - датчик Super CCD EXR, або датчик "три в одному". Він названий так, оскільки поєднує три характеристики, що досі вважалися несумісними, - високу роздільну здатність, високу чутливість і широкий динамічний діапазон. Для забезпечення широкого динамічного діапазону Fujifilm застосувала технологію Dual Capture Technology. При її розробці виробник поєднав в собі високочутливі S-пікселі і менш чутливі R-пікселі. Об'єднуючи інформацію з обох типів пікселів, Super CCD EXR надає можливість отримати розширений динамічний діапазон. Нове комбонування пікселів і новий колірний фільтр у поєднанні з іншими фірмовими технологіями дозволили досягти високої роздільної здатності (12 Мп), не жертвуючи при цьому якістю зображення [30].

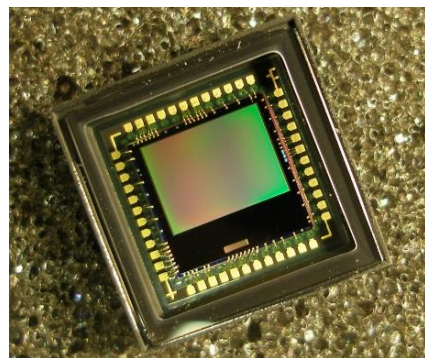
Super HAD CCD – версія високоефективного CCD HAD (Hole Accumulation Diode) сенсора зі значно поліпшеною чутливістю за рахунок впровадження нової напівпровідникової технології, розробленою корпорацією Sony. Досягнуто збільшення кількості пікселів і зменшення розмірів матриці, що привело до зменшення

чутливості. Для вирішення цієї проблеми були встановлені мікролінзи на кожен піксель для фокусування світла. Технологія "Super HAD CCD" дозволяє досягати оптимальних форм вбудованих мікролінз для того, щоб зробити мінімальні проміжки між мікролінзами, і таким чином звести до мінімуму втрати відбитого світла [30]. Останнім досягненням фірми є технологія Super HAD CCD II. За цією технологією створена матриця, роздільна здатність якої сягає 34.8 мегапікселів, завдяки чому досягнута ще більша чутливість.

Реальною альтернативою ПЗЗ є КМОН-датчики (комплементарні метал-оксидні-напівпровідникові датчики) зображення, що поєднують на одному кристалі світлочутливу матрицю і повну обробку аналогового сигналу (включаючи аналогово-цифровий перетворювач), наслідком чого є простота застосування та низька вартість розробки і виробництва різних відеосистем. В англійській термінології їх називають CMOS-матрицями (complementary metal-oxide-semiconductor matrixes). На рис. 1.24 представлено зовнішній вигляд ПЗЗ- і КМОН-матриць.



а)



б)

Рисунок 1.24. ПЗЗ-матриця (а) і КМОН-матриця (б)

Розглянемо найбільш простий тип фотодіода, що являє собою контакт напівпровідників n - і p -типів. На межі контакту цих напівпровідників утворюється збіднена область, тобто шар без дірок і електронів. Така область формується в результаті дифузії основних

носіїв в взаємно протилежних напрямках. Дірки рухаються із p -напівпровідника (тобто із області, де їх концентрація велика) до n -напівпровідника (тобто в область, де їх концентрація мала), а електрони рухаються в протилежному напрямку, тобто із n -напівпровідника до p -напівпровідника. В результаті такої рекомбінації дірки і електрони зникають і створюється збіднена область. Крім того, на межах збідненої області оголюються іони домішки, причому в n -області іони домішки мають позитивний заряд, а в p -області – негативний. Ці заряди, що розподілені на межі збідненої області, утворюють електричне поле, подібно тому, яке створюється в плоскому конденсаторі між двома пластинами. Саме це поле виконує функцію просторового розділення дірок і електронів, які утворюються в процесі фотогенерації.

Внутрішня архітектура КМОН-сенсорів може бути різною.

Нехай світло падає на n -напівпровідник, а p - n -перехід перпендикулярний до променів. Фотоелектрони і фотодірки будуть дифундувати в глибину кристала, і деяка їх частина, що не встигла рекомбінувати, досягне p - n -переходу. Однак для електронів існує електричне поле буде потенціальним бар'єром, тому електрони не можуть пройти через p - n -перехід. Дірки ж, навпаки, прискорюються електричним полем і проникають в p -область. В результаті просторового розділення дірок і електронів n -область заряджається негативно (надлишок фотоелектронів), а p -область – позитивно (надлишок фото дірок).

Головна відмінність КМОН-сенсорів від ПЗЗ-сенсорів полягає не в способі накопичення заряду, а в способі його подальшого переносу. Технологія КМОН, на відміну від ПЗЗ, дозволяє здійснювати велику кількість операцій прямо на кристалі, на якому розташована фоточутлива матриця. Крім фотогенерації електронів і їх передачі, КМОН-сенсори здатні обробляти зображення, виділяти контури зображення,

зменшувати завади і здійснювати аналогово-цифрові перетворення. Більш того, є можливість створювати КМОН-сенсори, що програмуються. Тому широкий набір функцій, які виконуються однією мікросхемою – головна перевага технології КМОН над ПЗЗ.

Бурхливий розвиток КМОН-технологій розпочався в 1993 році, коли були створені активні піксельні сенсори. За цією технологією кожен піксель має свій транзисторний підсилювач зчитування, що дозволяє перетворювати заряд в напругу безпосередньо в пікселі. Крім того, з'явилась можливість для довільного доступу до кожного пікселя матриці. Зчитування заряду з активних пікселів КМОН-матриці виконується за паралельною схемою, що дозволяє зчитувати не тільки всю матрицю, але і певні її області (метод віконного зчитування). В табл. 1.3 наведені параметри КМОН-матриць провідних компаній, які застосовуються в сучасній техніці.

Незважаючи на таку перевагу КМОН-матриць над ПЗЗ (основною із яких є їхня вартість), вони мають ряд істотних недоліків. Наявність додаткових схем на кристалі КМОН-матриці призводить до появи шумів, таких як транзисторне і діодне розсіювання, а також ефект залишкового заряду.

Таблиця 1.3

Основні характеристики КМОН-матриць

Фірма	Марка ПЗЗ-матриці	Формат	Кількість пікселів	Розмір пікселя, мкм ²	Частота кадрів, Гц
Sony	IMX036LLR	1/2,8"	2096×1561	2,5×2,5	60
	IMX036LQR	1/2,8"	2096×1561	2,5×2,5	15
CMOSIS (Бельгія)	CMV20000	35 мм	5120×3840	6,4×6,4	30
	CHR70M	35 мм	10000×7096	3,1×3,1	3

На думку авторів сучасні когерентні системи обробки інформації повинні використовувати МПВ у вигляді фотоприймального пристрою з цифровим виходом відеосигналу або побутові повнокадрові дзеркальні фотоапарати. Застосування останніх обумовлено наступними чинниками:

1. Ці фотоапарати використовують матриці з великим числом пікселів від 20 до 36 мегапікселів (МП).
2. Усі фотоапарати використовують матриці формату 36×24 мм².
3. Є можливість використовувати змінні об'єктиви з різними оптичними характеристиками.
4. Фотоапарати мають власний вмонтований мікропроцесор для попередньої обробки відеосигналу.
5. Усі фотоапарати мають цифровий вихід для підключення до зовнішнього комп'ютера з метою подальшої обробки відеосигналу.

Прикладом повнокадрових дзеркальних фотоапаратів є Nikon D610 і Nikon D800 (рис. 1.24). Фотоапарат Nikon D610 використовує матрицю з числом пікселів 24 МП і коштує 2500\$, найкращий з фотоапаратів Nikon D800 використовує матрицю з числом пікселів 36 МП і коштує 2900\$ без об'єктива.

Nikon D610

Nikon D800



Рисунок 1.24. Повнокадрові дзеркальні фотоапарати
Nikon D610 і Nikon D800

2 ПРОЕКТУВАННЯ КОГЕРЕНТНИХ ОПТИЧНИХ СПЕКТРОАНАЛІЗАТОРІВ

2.1. Проблеми проектування оптичних систем КОС

Метою проектування є отримання оптимізованих параметрів системи когерентного спектроаналізатора. Серед методів проектування когерентних спектроаналізаторів одним із основних є розробка методів розрахунку узагальнених характеристик, що визначають властивості приладу та його роботу.

При проектуванні когерентного спектроаналізатора особливо важливим є правильний вибір схеми побудови та геометричних параметрів оптичної системи. Існують дві схеми побудови когерентного спектроаналізатора в залежності від розташування вхідного транспаранту, коли він розташований перед об'єктивом або за ним. На практиці найбільш широкого використання отримала схема когерентного спектроаналізатора з вхідним транспарантом, розташованим перед об'єктивом. В цій системі вилучені квадратичні фазові спотворення спектра сигналу, а юстуванням оптичної системи досягається мінімум спотворень його просторових і енергетичних параметрів [8].

На відміну від інших систем обробки інформації, когерентні оптичні спектроаналізатори відзначаються своєю простотою. Але при виборі оптичної системи для розв'язання тієї чи іншої задачі дуже важливо забезпечити необхідні параметри системи, які характеризують ефективність роботи КОС. На сьогодні вже досліджено основні фізичні основи роботи КОС, які докладно описані в першому розділі та багатьох монографіях і статтях [10,32–34]. Проте ще не до кінця розроблені та вдосконалені методи проектування оптичних систем, що лежать в основі таких спектроаналізаторів.

2.2. Основні характеристики КОС

Ефективність використання КОС для розв'язання тієї чи іншої задачі можна оцінити за допомогою основних його характеристик.

Основними характеристиками КОС, що визначають їх властивості та функціональні можливості, є:

- робочий діапазон просторових частот;
- просторова смуга пропускання;
- просторова спектральна роздільна здатність;
- енергетична роздільна здатність;
- похибки вимірювання амплітуди спектра і просторової частоти.

Робочий діапазон просторових частот – це діапазон просторових частот, в межах якого всі частотні складові досліджуваного спектра пропускатимуться оптичною системою КОС. Діапазон просторових частот, що пропускається системою, буде залежати від діаметра вхідної зіниці об'єктива. На певній просторовій частоті $\nu_{x,max}$ досліджуваний спектр зникатиме. Ця максимальна просторова частота й буде визначати робочий просторовий спектральний діапазон.

Просторова смуга пропускання SBP (Space Bandwidth Product), визначається числом роздільних точок, які здатний формувати спектроаналізатор [35]. Ця смуга є аналогом робочого спектрального діапазону. Найбільша просторова частота $\nu_{x,max} = \nu_{res}$, яку розділяє КОС, визначається найбільшим кутом дифракції $\varphi_d = \theta_{max}$ ґратки, яка розташована в площині вхідного транспаранта. При нормальному падінні плоскої хвилі на дифракційну ґратку, яка розташована в передній фокальній площині фур'є-об'єктива, для першого порядку дифракції із основного рівняння ґратки маємо: $d \sin \varphi_{d1} = \lambda$, де $d = 1/\nu_{res}$ – період дифракційної ґратки. Звідки

$$\nu_{res} = \frac{1}{d} = \frac{1}{\lambda} \sin \theta_{max}. \quad (2.1)$$

Тоді просторова смуга пропускання спектроаналізатори дорівнює:

$$SBP = \frac{D_o}{d} = D_o \nu_{res} = \frac{D_o}{\lambda} \sin \varphi_{d1}, \quad (2.2)$$

де D_o – діаметр вхідного транспаранта.

Просторова спектральна роздільна здатність $\Delta\nu_x$ характеризується інтервалом частот, при яких система може розрізнити (розділяти) дві спектральні складові однакової амплітуди з частотами ν_x та $\nu_x + \Delta\nu_x$. Оскільки вихідний сигнал реєструється матричним приймачем випромінювання (МПВ), то спектральна роздільна здатність системи визначається, перш за все, розмірами його чутливої площадки (пікселя).

Енергетична роздільна здатність служить для оцінки здатності МПВ виявляти сигнали об'єктів на фоні шумів. Основним критерієм, що визначає енергетичну роздільну здатність, є поріг чутливості МПВ. Порогом чутливості називають найменший потік випромінювання або найменшу освітленість, які можуть бути зареєстровані приймальною системою. Йому відповідає такий мінімальний рівень сигналу, при якому на виході МПВ відношення сигнал/шум дорівнює одиниці.

Похибка вимірювання амплітуди спектра – це різниця між амплітудою світлового поля в площині аналізу і реальною амплітудою спектра сигналу для певної просторової частоти.

Похибка вимірювання просторової частоти – це різниця між розрахунковою і реальною просторовими частотами для певної точки площини аналізу КОС.

2.3. Методи розрахунку характеристик КОС

В статтях [36,37] описується розрахунок такої характеристики КОС як просторова смуга пропускання *SBP* (Space-Bandwidth Product) та виведені умови, за яких будуть відсутні майже всі аберації третього порядку. Здатність оптичної системи точно перетворювати досліджуваний сигнал на вході й на виході системи, маючи широку

просторову смугу пропускання, визначає її продуктивність та безпосередньо пов'язана з якістю системи [38].

При проектуванні КОС важливо забезпечити необхідні наведені вище характеристики. Розглянемо методику розрахунку характеристик для більш поширеної схеми, коли вхідний транспарант розташований в передній фокальній площині об'єктива (рис. 2.1) [39]. В якості вхідного транспаранта візьмемо екран з прямокутним отвором, що має розмір $a \times b$ та коефіцієнт пропускання $t_o(x_1, y_1)$.

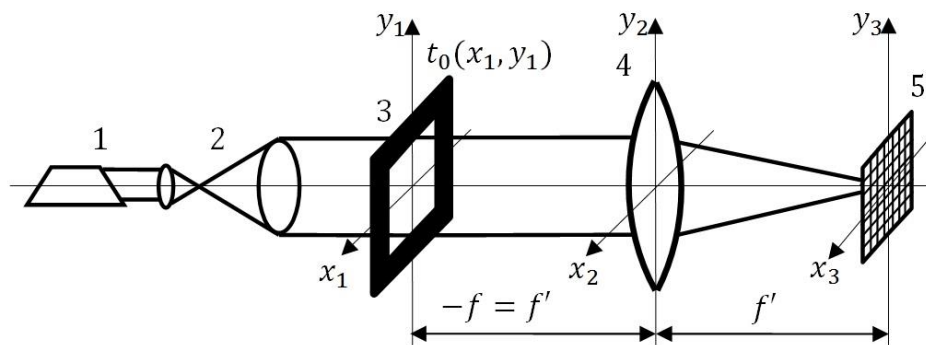


Рисунок 2.1. Схема КОС: 1– лазер; 2– оптична система, що формує паралельний пучок променів; 3– вхідний транспарант прямокутної форми; 4– фур'є-об'єктив; 5– ПЗЗ-матриця

Нехай на вхідний транспарант падає плоска монохроматична хвиля з амплітудою V_0 , в результаті чого на транспаранті буде спостерігатись дифракція. Тому розподіл поля в площині МПВ визначається за формулою (1.26), яку для схеми, представленої на рис. 2.1, подамо у вигляді

$$V(x_3, y_3) = \frac{1}{j\lambda f} \iint_{-\infty}^{\infty} V(x_1, y_1) \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda f} (x_3 x_1 + y_3 y_1) \right] dx_1 dy_1, \quad (2.3)$$

де λ – довжина хвилі; f – фокусна відстань фур'є-об'єктива; $V(x_1, y_1)$ – розподіл поля в площині транспаранта; x_1, y_1 і x_3, y_3 – просторові координати в площині $x_1 y_1$ та $x_3 y_3$ відповідно.

Просторовий спектр функції $V(x_1, y_1)$ визначається двовимірним перетворенням Фур'є:

$$F\{V(x_1, y_1)\} = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} V(x_1, y_1) \exp[-j2\pi(v_x x_1 + v_y y_1)] dx_1 dy_1, \quad (2.4)$$

де v_x, v_y – просторові частоти.

Порівнюючи вирази (2.3) і (2.4), можна відмітити, що просторові частоти будуть дорівнювати:

$$v_x = \frac{x_3}{\lambda f}; \quad v_y = \frac{y_3}{\lambda f}. \quad (2.5)$$

Розподіл інтенсивності поля у площині аналізу $x_3 y_3$ дорівнює квадрату модуля спектра: $I(x_3, y_3) = |V(x_3, y_3)|^2$.

Розглянемо одновимірний розподіл поля уздовж осі x . Для того, щоб знайти робочий діапазон просторових частот скористаємось законами геометричної оптики. Оптична система КОС пропускає просторові частоти тільки в межах від 0 до $v_{x,max}$. Розглянемо таке проходження променя через фур'є-об'єктив, при якому буде пропускатись максимальна просторова частота (рис. 2.2).

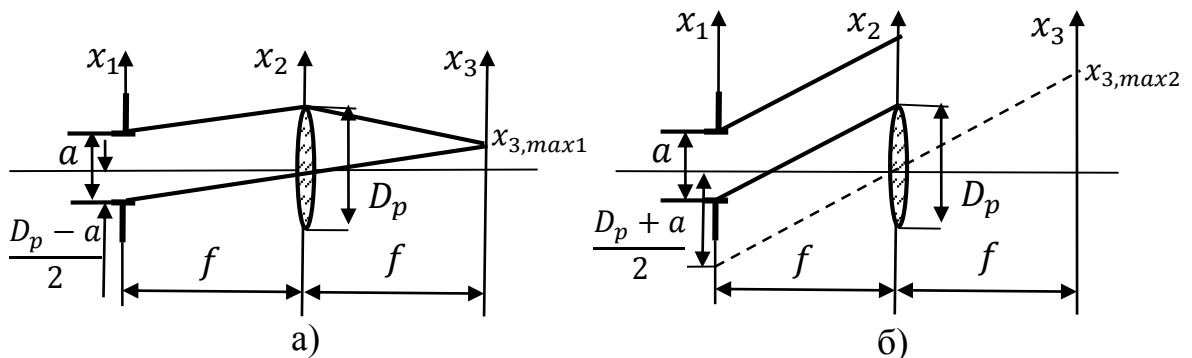


Рисунок 2.2. Проходження променя через фур'є-об'єктив:
а – віньєтування відсутнє; б – віньєтування змінюється від 1 до 0

Із рис. 2.2 видно, що граничні просторові частоти будуть дорівнювати:

$$v_{x,max1} = \frac{x_{3,max1}}{\lambda f} = \frac{D_p - a}{2\lambda f}; \quad v_{x,max2} = \frac{x_{3,max2}}{\lambda f} = \frac{D_p + a}{2\lambda f}, \quad (2.6)$$

де D_p – діаметр входної зіниці фур'є-об'єктива.

При цьому необхідно відзначити, що в спектральному діапазоні від 0 до $v_{x,max1}$ віньєтування в системі відсутнє, а в межах від $v_{x,max1}$ до

$\nu_{x,max2}$ – змінюється від 1 до 0. За межами просторової частоти $\nu_{x,max2}$ сигнал буде відсутній.

Для визначення просторової смуги пропускання SBP розглянемо рис. 2.2,а, із якого знаходимо максимальний кут дифракції першого порядку φ_{d1} , при якому відсутнє вінетування

$$\operatorname{tg}\varphi_{d1} = \frac{D_p - a}{2f}; \rightarrow \varphi_{d1} = \operatorname{arctg} \frac{D_p - a}{2f}. \quad (2.7)$$

Після підстановки (2.7) в (2.2) отримаємо

$$SBP = \frac{a}{\lambda} \sin \left(\operatorname{arctg} \frac{D_p - a}{2f} \right). \quad (2.8)$$

Для малих кутів дифракції маємо

$$SBP = \frac{a}{\lambda} \left(\frac{D_p - a}{2f} \right). \quad (2.9)$$

Дослідження функції (2.9) на екстремум показує, що КОС має максимальну просторову смугу пропускання, коли $D_p = 2a$, тобто розмір вхідного транспаранта дорівнює радіусу вхідної зіниці фур'є-об'єктива.

Знайдемо мінімальний просторовий спектр вхідного сигналу, що розрізняється одним пікселем. Нехай піксель матриці має розмір $V_D \times W_D$. Враховуючи просторову частоту, що визначається формулою (2.5), та розмір пікселя, знайдемо просторову спектральну роздільну здатність:

$$\Delta\nu_x = \nu_{x2} - \nu_{x1} = \frac{x_3}{\lambda f} - \frac{x_3 - 2V_D}{\lambda f} = \frac{2V_D}{\lambda f}, \quad (2.10)$$

де ν_x і ν_{x2} – просторові частоти, що відповідають положенню сусідніх гармонік, що розділяються (спостерігаються окремо).

Метою енергетичного розрахунку є визначення величини електричного сигналу та відношення сигнал/шум на виході ПЗЗ-матриці в залежності від просторової частоти вхідного оптичного сигналу.

Для цього необхідно вибрати еталонний оптичний сигнал, який має відомий просторовий спектр. В якості еталонного сигналу можна використати щілину, прямокутний отвір, одновимірну синусоїдальну

функцію амплітудного коефіцієнта пропускання транспаранта, одновимірну прямокутну функцію пропускання вхідного транспаранта, тощо.

В якості еталонного тест-об'єкта оберемо прямокутний отвір розміром $a \times b$, просторовий спектр якого описується sinc -функціями (рис. 2.3).

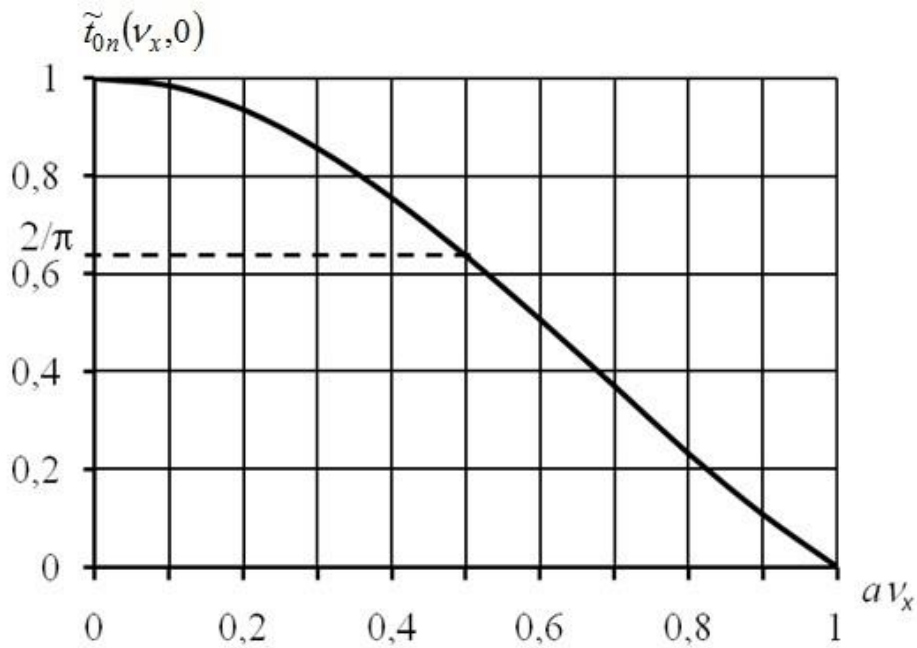


Рисунок 2.3. Одновимірний нормований просторовий спектр $\tilde{t}_{0n}(v_x, 0)$ пропускання прямокутного отвору

Недоліком цього сигналу є те, що амплітуда світлового поля в певній точці аналізу залежить від розмірів отвору $a \times b$, що не дозволяє розповсюдити результати енергетичного розрахунку для довільних вхідних сигналів.

Визначимо сигнал u_s та відношення сигнал/шум SNR на частоті Найквіста $\nu_N = 1/2a$. Такий підхід широко використовується при визначенні просторового розділення телевізійних і тепловізійних цифрових камер [40]. За таких умов частота Найквіста ν_N в площині аналізу x_3u_3 має координати:

$$x_{3N} = \frac{\lambda f}{2a}. \quad (2.11)$$

Визначимо значення просторового спектру прямокутного отвору на частоті Найквіста. Амплітудний коефіцієнт пропускання такого отвору визначається функцією:

$$t_o(x_1, y_1) = \begin{cases} 1, & \text{коли } |x_1| \leq \frac{a}{2}, |y_1| \leq b/2; \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (2.12)$$

Просторовий спектр функції (2.12) знаходиться за допомогою двовимірного перетворення Фур'є [40]:

$$\begin{aligned} \tilde{t}_o(\nu_x, \nu_y) &= F\{t_o(x_1, y_1)\} = ab \frac{\sin(\pi a \nu_x)}{\pi a \nu_x} \frac{\sin(\pi b \nu_y)}{\pi b \nu_y} = \\ &= ab \operatorname{sinc}(a \nu_x) \operatorname{sinc}(b \nu_y), \end{aligned} \quad (2.13)$$

де $\operatorname{sinc}z = \frac{\sin \pi z}{\pi z}$ – sinc-функція.

В точці (0,0) маємо $\tilde{t}_o(0, 0) = ab$. Нормований спектр визначаємо як:

$$\tilde{t}_{on}(\nu_x, \nu_y) = \frac{\tilde{t}_o(\nu_x, \nu_y)}{\tilde{t}_o(0, 0)} = \operatorname{sinc}(a \nu_x) \operatorname{sinc}(b \nu_y). \quad (2.14)$$

Одновимірний нормований спектр на частоті Найквіста має значення:

$$\tilde{t}_{on}(\nu_x, 0) = \operatorname{sinc}(a \nu_N) = \frac{\sin(\pi a \frac{1}{2a})}{\pi a \frac{1}{2a}} = \frac{2}{\pi}. \quad (2.15)$$

Це означає, що на частоті Найквіста спектр сигналу зменшується в $\pi/2$ рази відносно максимального значення.

Розглянемо послідовність перетворення випромінювання від лазера до площини аналізу в оптичній системі, що представлена на рис. 2.1.

Нехай освітлювана система створює плоску монохроматичну хвилю з амплітудою V_0 , яка нормально падає на вхідний транспарант. Тоді амплітуда поля за транспарантом:

$$V(x_1, y_1) = V_0 t_o(x_1, y_1), \quad (2.16)$$

де амплітудний коефіцієнт пропускання транспаранта $t_o(x_1, y_1)$ описується функцією (2.12).

Тоді розподіл амплітуди поля в площині аналізу $x_3 y_3$ визначається за формулою (1.26), яку з урахуванням перетворенням Фур'є (2.3) подамо у вигляді

$$V(x_3, y_3) = \frac{V_0}{\lambda f} F\{t_o(x_1, y_1)\} = \frac{V_0 ab}{\lambda f} \text{sinc}(av_x) \text{sinc}(bv_y). \quad (2.17)$$

З врахуванням коефіцієнта пропускання об'єктива τ_o освітленість в площині $x_3 y_3$, де встановлена ПЗЗ-матриця, дорівнює:

$$E(x_3, y_3) = \tau_o E_0 \left(\frac{ab}{\lambda f}\right)^2 \text{sinc}^2\left(\frac{ax_3}{\lambda f}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{by_3}{\lambda f}\right), \quad (2.18)$$

де $E_0 = |V_0|^2$ – освітленість вхідного транспаранта.

Формула (2.18) не враховує вильєтування випромінювання, яке практично відсутнє при малих розмірах тест-об'єкта, тобто коли $\sqrt{a^2 + b^2} \ll D_p$.

Для аналізу розподілу освітленості $E(x_3, y_3)$ будемо використовувати ПЗЗ-матрицю, яка має такі параметри: спектральна чутливість $R_D(\lambda)$, В·см²/мкДж; величина середньоквадратичного значення шумового сигналу u_n , мкВ; час накопичення T_i , мс; формат матриці $p \times q$; розмір пікселя $V_D \times W_D$, мкм²; розмір матриці $X_D \times Y_D$, мм².

Знайдемо величину експозиції, яку забезпечує освітленість (2.18):

$$H(x_3, y_3) = E(x_3, y_3) T_i. \quad (2.19)$$

Тоді сигнал на виході пікселя дорівнює:

$$u_s = R_D H(x_3, y_3) = R_D E(x_3, y_3) T_i, \quad (2.20)$$

де R_D – чутливість ПВ на довжині хвилі λ .

Відношення сигнал/шум визначається як:

$$SNR = \frac{u_s}{u_n}. \quad (2.21)$$

Таким чином, на основі наведених методів розрахунку узагальнених характеристик КОС, коли вхідний транспарант розташований перед фур'є-об'єктивом, можна зробити наступні висновки:

- 1) Робочий діапазон просторових частот обмежується параметрами оптичної системи КОС. Гранична максимальна просторова частота тим більша, чим більший діаметр апертурної діафрагми об'єктива та менша його фокусна відстань. Одночасно треба враховувати розміри матричного ПВ, від якого також залежить шуканий діапазон.
- 2) Підвищити просторову спектральну роздільну здатність, тобто зменшення Δv_x , можливо вибором МПВ з меншими розмірами пікселя та збільшенням фокусної відстані фур'є-об'єктива.
- 3) Енергетична роздільна здатність залежить від параметрів МПВ та відносного отвору фур'є-об'єктива, тобто чим більший відносний отвір фур'є-об'єктива, тим вищу енергетичну роздільну здатність матиме прилад.

2.4. Енергетичний розрахунок КОС

Енергетичний розрахунок є одним із важливих етапів проектування оптичних систем спектроаналізаторів. Метою енергетичного розрахунку є визначення освітленості у площині аналізу і параметрів сигналу на виході фотореєстратора (ПЗЗ-матриці) для оцінювання метрологічних можливостей КОС. Теоретичні основи енергетичного розрахунку викладено в підручнику [10].

У підрозділі 1.3 було обґрунтовано, що кращою для практичного використання є оптична система КОС, яка побудована за схемою, коли вхідний транспарант розміщений перед фур'є-об'єктивом (рис. 2.4). Саме в цій системі вилучені квадратичні фазові спотворення спектра

сигналу, а юстунканням оптичної системи досягається мінімум спотворень його просторових та енергетичних параметрів [6].

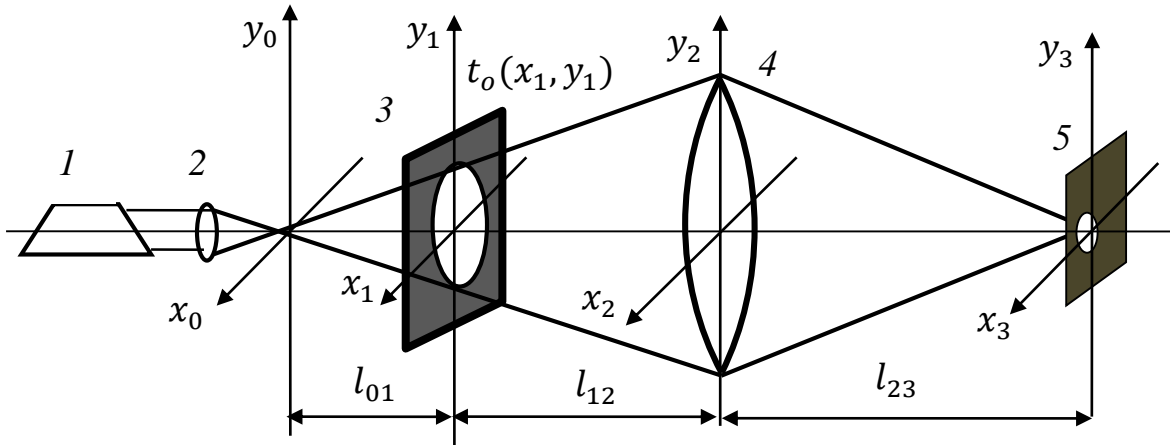


Рисунок 2.4. Схема оптичної системи когерентного спектроаналізатора із вхідним транспарантом перед фур'є-об'єктивом: 1 – лазер; 2 – фокусувальна лінза; 3 – вхідний транспарант; 4 – фур'є-об'єктив; 5 – польова діафрагма фотоприймача

Модель формування спектрального розподілу. Як вихідні дані для енергетичного розрахунку оберемо такі параметри:

- для лазера – потужність потоку випромінювання Φ_l , довжину хвилі λ , радіус ω_l перетяжки гауссового пучка випромінювання;
- для вхідного транспаранта – радіус польової діафрагми r_{oa} ;
- для оптичної системи – відстань $l_{i-1,i}$ між компонентами, фокусну відстань f і діаметр вхідної зіниці D_p фур'є-об'єктива;
- для приймача випромінювання – інтегральну чутливість R_D , середню квадратичну напругу шумів u_{Dn} , радіус польової діафрагми r_D .

Розподіл комплексної амплітуди світлової хвилі у площині спектрального аналізу x_3y_3 КОС пропорційний просторовому спектру вхідного сигналу й описується співвідношенням (1.26), яке подамо у вигляді

$$\begin{aligned}
V(x_3, y_3) &= C'_0 F\{t_o(x_1, y_1)t_{oa}(x_1, y_1)V(x_1, y_1)\} = \\
&= C'_0 F\{t_o(x_1, y_1)\} \otimes \otimes F\{t_{oa}(x_1, y_1)V(x_1, y_1)\} = \\
&= C'_0 T_o(\mu x_3, \mu y_3) \otimes \otimes F\{t_{oa}(x_1, y_1)V(x_1, y_1)\},
\end{aligned} \tag{2.22}$$

де C'_0 – фазовий множник; $F\{ \}$ – оператор перетворення Фур'є з масштабним коефіцієнтом μ , який визначається за формулою (1.20); $\otimes \otimes$ – оператор двовимірної згортки; $t_{oa}(x_1, y_1)$ – функція, що описує форму апертури вхідного транспаранта, який обмежує розміри просторового сигналу $t_o(x_1, y_1)$, що піддається аналізу; $V(x_1, y_1)$ – амплітуда поля на вході транспаранта; $T_o(\mu x_3, \mu y_3)$ – ідеальний спектр сигналу.

Із співвідношення (2.22) видно, що спектр вихідного сигналу $V(x_3, y_3)$ дорівнює згортці ідеального спектра сигналу $T_o(\mu x_3, \mu y_3)$ з імпульсним відгуком $h_{sa}(\mu x_3, \mu y_3)$ КОС. У свою чергу, імпульсний відгук $h_{sa}(\mu x_3, \mu y_3)$ КОС являє собою перетворення Фур'є від розподілу амплітуди світлової хвилі у площині апертури вхідного транспаранта, тобто

$$h_{sa}(\mu x_3, \mu y_3) = C'_0 F\{t_{oa}(x_1, y_1)V(x_1, y_1)\}. \tag{2.23}$$

Нехай вхідний транспарант обмежений круглою апертурою радіусом r_{oa} й освітлюється лазерним пучком з гауссовим розподілом амплітуди. Тоді

$$t_{oa}(x_1, y_1) = t_{oa}(r_1) = \begin{cases} 1, & \text{коли } r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \leq r_{oa}; \\ 0 & \text{в інших випадках;} \end{cases} \tag{2.24}$$

$$V(x_1, y_1) = V(r_1) = V_0 \frac{\omega_{l0}}{r_l} \exp\left(-\frac{r_1^2}{r_l^2}\right), \tag{2.25}$$

де r_l – радіус лазерного пучка у площині вхідного транспаранта; V_0 – амплітуда світлової хвилі у площині $x_0 y_0$; ω_{l0} – радіус перетяжки лазерного пучка у площині $x_0 y_0$.

Оскільки функції $t_{oa}(r_1)$ і $V(r_1)$ є вісесиметричними, то імпульсний відгук (2.23) варто визначати як одновимірне перетворення Фур'є–Бесселя,

тобто

$$h_{sa}(\mu r_3) = 2\pi C'_0 \int_0^\infty t_{oa}(r_1) V(r_1) J_0(2\pi\mu r_3 r_1) r_1 dr_1. \quad (2.26)$$

Підставимо функції (2.24) і (2.25) до інтеграла (2.26):

$$h_{sa}(\mu r_3) = 2\pi C'_0 V_0 \frac{\omega_{l0}}{r_l} \int_0^{r_{oa}} \exp\left(-\frac{r_1^2}{r_l^2}\right) J_0(2\pi\mu r_3 r_1) r_1 dr_1. \quad (2.27)$$

Для обчислення інтеграла (2.27) скористаємося табличним інтегралом 1.8.2.4 із довідника [41]:

$$\int_0^z x^{\nu+1} e^{ax^2} J_\nu(bx) dx = \frac{b^\nu e^{az^2}}{(2ja)^{\nu+1}} \times \quad (2.28)$$

$$\times [U_{\nu+1}(2jaz^2, bz) - jU_{\nu+2}(2jaz^2, bz)],$$

де $U_\nu(y, \xi)$ – функція Ломмеля двох змінних,

$$U_\nu(y, \xi) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{y}{\xi}\right)^{2k+\nu} J_{2k+\nu}(\xi). \quad (2.29)$$

Зробимо заміну в інтегралі (2.28): $\nu = 0$; $z = r_{oa}$; $a = -\frac{1}{r_l^2}$; $b = 2\pi\mu r_3$, тоді інтеграл (2.27) з урахуванням табличного інтеграла (2.28) перетворюється до вигляду

$$h_{sa}(\mu r_3) = 2\pi C'_0 V_0 \frac{\omega_{l0}}{r_l} \frac{\exp\left(-\frac{r_{oa}^2}{r_l^2}\right)}{2ja} \times \quad (2.30)$$

$$\times \left[U_1\left(-\frac{2j}{r_l^2} r_{oa}^2, 2\pi\mu r_3 r_{oa}\right) - jU_2\left(-\frac{2j}{r_l^2} r_{oa}^2, 2\pi\mu r_3 r_{oa}\right) \right].$$

Після підстановки функції Ломмеля (2.29) у формулу (2.30) і виконання математичних перетворень отримаємо функцію, яка відповідає імпульсному відгуку КОС,

$$h_{sa}(\mu r_3) = \pi C'_0 V_0 r_{l0} r_l \exp\left(-\frac{r_{oa}^2}{r_l^2}\right) \sum_{k=1}^{\infty} \left(2\frac{r_{oa}^2}{r_l^2}\right)^k \frac{J_k(2\pi\mu r_{oa} r_3)}{(2\pi\mu r_{oa} r_3)^k}. \quad (2.31)$$

Аналіз вихідного сигналу КОС. Результати чисельного аналізу імпульсного відгуку КОС (2.31), виконаного за допомогою комп'ютера, подано на рис. 2.5. Із графіків видно, що зі збільшенням нерівномірності освітленості апертури вхідного транспаранта, яка визначається

відношенням r_{oa}/r_l , відбувається розширення імпульсного відгуку КОС. Якщо $\frac{r_{oa}}{r_l} < 1$, внесок доданків у виразі (2.31) зменшується зі зростанням їх порядкового номера k . Дослідження функції (2.31) показали, що для випадку, коли $\frac{r_{oa}}{r_l} < 0,7$, цю функцію можна записати лише у вигляді суми двох доданків, тобто

$$h_{sa}(\mu r_3) = \pi C'_0 V_0 \omega_{l0} r_l \exp\left(-\frac{r_{oa}^2}{r_l^2}\right) \times \\ \times 2 \frac{r_{oa}^2}{r_l^2} \left[\frac{J_1(2\pi\mu r_{oa} r_3)}{2\pi\mu r_{oa} r_3} + 2 \frac{r_{oa}^2}{r_l^2} \frac{J_2(2\pi\mu r_{oa} r_3)}{(2\pi\mu r_{oa} r_3)^2} \right]. \quad (2.32)$$

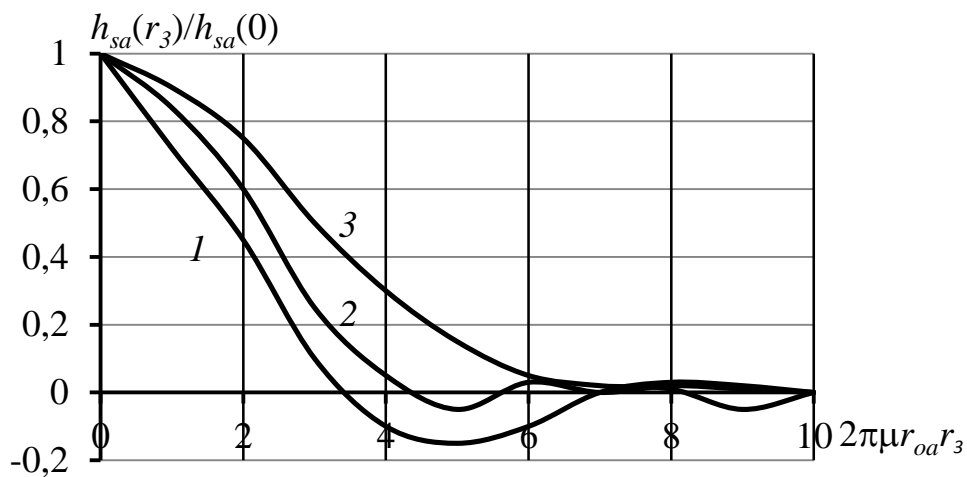


Рисунок 2.5. Залежність форми імпульсного відгуку від нерівномірності освітленості вхідного транспаранта:

$$1 - r_{oa}/r_l = 0,1; 2 - r_{oa}/r_l = 1; 3 - r_{oa}/r_l = 2$$

Будь-яку функцію, що задовольняє умови Дирихле, можна подати у вигляді інтеграла Фур'є, тобто у вигляді нескінченної суми гармонічних складових. Тому будемо досліджувати реакцію КОС, що має імпульсний відгук (2.31), на вхідний сигнал у вигляді амплітудної синусоїдальної дифракційної ґратки необмежених розмірів із просторовою частотою ν_0 , амплітудний коефіцієнт пропускання якої описується функцією

$$t_o(x_1, y_1) = t_{o0} + t_{o1} \cos(2\pi\nu_0 x_1), \quad (2.33)$$

де t_{o0} – постійна складова; t_{o1} – амплітуда гармонічної складової.

Просторовий спектр дифракційної ґратки (2.33) у площині x_3, y_3 описується функцією [8]:

$$T_o(\mu x_3, \mu y_3) = \delta(\mu y_3) \times \\ \times \left\{ t_{o0} \delta(\mu x_3) + \frac{1}{2} t_{o1} [\delta(\mu x_3 + \nu_0) + \delta(\mu x_3 - \nu_0)] \right\}, \quad (2.34)$$

де $\delta(z)$ – дельта-функція.

Підставимо функцію (2.34) у рівняння (2.31). Використовуючи імпульсний відгук (2.33) і фільтрувальну властивість дельта-функції, отримаємо розподіл амплітуди поля для одного із бокових максимумів:

$$V_{m1}(x_3, y_3) = \\ = \frac{1}{2} t_{o1} \pi C'_0 V_0 r_{l0} r_l \exp\left(-\frac{r_{0a}^2}{r_l^2}\right) \sum_{k=1}^{\infty} \left(2 \frac{r_{0a}^2}{r_l^2}\right)^k \frac{J_k[2\pi r_{0a} \sqrt{(\mu x_3 - \nu_0)^2 + (\mu y_3)^2}]}{[2\pi r_{0a} \sqrt{(\mu x_3 - \nu_0)^2 + (\mu y_3)^2}]^k}. \quad (2.35)$$

Сигнал на виході приймача випромінювання. Розглянемо методику розрахунку електричного сигналу на виході приймача випромінювання, чутлива площа якого обмежена круглою діафрагмою радіусом r_D . Визначимо амплітуду сигналу в центрі дифракційного максимуму (2.35). Коефіцієнт пропускання польової діафрагми ПВ, центр якої збігається з положенням максимуму $\left(\frac{\nu_0}{\mu}, 0\right)$, визначається функцією

$$t_D(x_3, y_3) = \begin{cases} 1, & \text{коли } \left(x_3 - \frac{\nu_0}{\mu}\right)^2 + y_3^2 \leq r_D^2; \\ 0 & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (2.36)$$

Для польової діафрагми (2.36) вихідний сигнал ПВ

$$u_D = 2\pi R_D \int_0^{r_D} E(r'_3) r'_3 dr'_3, \quad (2.37)$$

де r'_3 – радіус полярної системи координат, центр якої збігається з центром

бокового максимуму (2.36), $r'_3 = \sqrt{\left(x_3 - \frac{\nu_0}{\mu}\right)^2 + y_3^2}$; R_D – інтегральна

чутливість ПВ; $E(r'_3)$ – освітленість чутливої площадки ПВ, $E(r'_3) = |V(r'_3)|^2$.

Підставимо функцію (2.35) в інтеграл (2.37):

$$u_{D,m1} = 2\pi R_D \left(\frac{1}{2} t_{o1} \pi C'_0 V_0 r_{l0} r_l \right)^2 \exp \left(-2 \frac{r_{oa}^2}{r_l^2} \right) \times \int_0^{r_D} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left(2 \frac{r_{oa}^2}{r_l^2} \right)^k \frac{J_k \left[2\pi r_{oa} \sqrt{(\mu x_3 - \nu_0)^2 + (\mu y_3)^2} \right]}{\left[2\pi r_{oa} \sqrt{(\mu x_3 - \nu_0)^2 + (\mu y_3)^2} \right]^k} \right\}^2 r'_3 dr'_3. \quad (2.38)$$

Вираз (2.38) значно спрощується для випадків рівномірного освітлення вхідного транспаранта, коли $\frac{r_{oa}}{r_l} < 0,2$, і гауссового освітлення, коли $\frac{r_{oa}}{r_l} > \sqrt{2}$.

Для рівномірного освітлення функцію (2.38) можна записати лише у вигляді суми двох доданків аналогічно виразу (2.32). Використавши табличний інтеграл 1.8.3.5 із довідника [41],

$$\int x^{1\pm\nu} J_\nu^2(x) dx = \frac{1}{2(1\pm 2\nu)} x^{2\pm 2\nu} [J_{\nu\pm 1}^2(x)],$$

отримаємо функцію

$$u_{D,m1} = \frac{\pi}{4} R_D \left(\frac{t_{o1} C'_0 V_0 r_{l0}}{\mu} \right)^2 \frac{r_{oa}^2}{r_l^2} [1 - J_0^2(2\pi\mu r_{oa} r_D) - J_1^2(2\pi\mu r_{oa} r_D)]. \quad (2.39)$$

Для гауссового освітлення функцію (2.38) можна записати лише у вигляді

$$u_{D,m1} = 2\pi R_D \left(\frac{1}{2} t_{o1} \pi C'_0 V_0 r_{l0} r_l \right)^2 \int_0^{r_D} \exp[-2(\pi\mu r_l r'_3)^2] r'_3 dr'_3. \quad (2.40)$$

Використавши табличний інтеграл 1.3.3.7 із довідника [23],

$$\int_0^z x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} (1 - e^{-az^2}),$$

функцію (2.40) запишемо у вигляді

$$u_{D,m1} = \frac{\pi}{2} R_D \left(\frac{t_{o1} C'_0 V_0 r_{l0}}{\mu} \right)^2 \{1 - \exp[-2(\pi\mu r_l r_D)^2]\}. \quad (2.41)$$

Графіки залежностей вихідного сигналу ПВ $u_{D,m1}$ від радіуса r_D

польової діафрагми, які визначаються функціями (2.40) і (2.41), зображено на рис. 2.6. Аналіз цих функцій показує, що зі збільшенням радіуса r_D величина вихідного сигналу $u_{D,m1}$ збільшується. Для гауссового освітлення вхідного транспаранта сигнал ПВ перевищує сигнал, утворений рівномірним освітленням транспаранта.

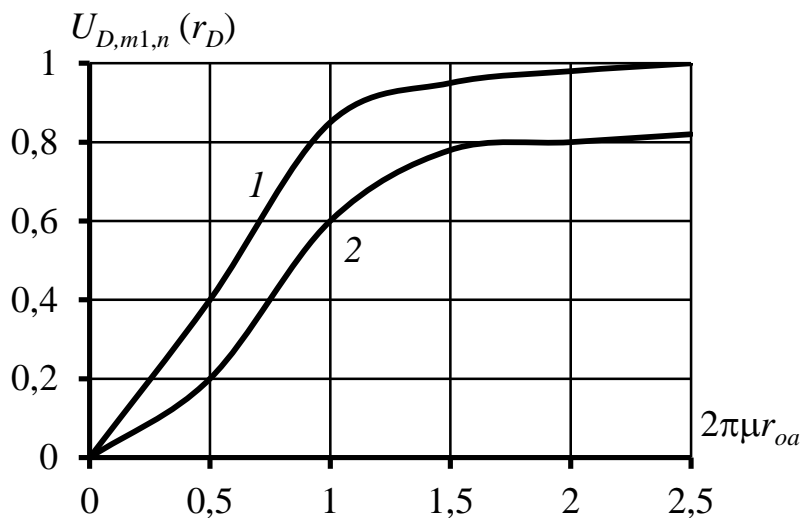


Рисунок 2.6. Залежність нормованого вихідного сигналу КОС $u_{D,m1,n}(r_D) = u_{D,m1}(r_D)/u_{D,m1}(\infty)$ від радіуса r_D польової діафрагми ПВ: 1 – $r_{oa}/r_{l0} = 0,2$; 2 – $r_{oa}/r_{l0} = \sqrt{2}$

На виході ПВ, крім корисного (інформативного) сигналу $u_{D,m1}$, завжди спостерігається шумовий сигнал U_{Dn} . Для достовірного вимірювання сигналу $u_{D,m1}$ потрібно забезпечити задане відношення сигнал/шум (Signal Noise Ratio) $SNR = \frac{u_{D,m1}}{u_{Dn}}$, тобто

$$u_{D,m1, \min} \geq SNR u_{Dn}. \quad (2.42)$$

Отже, використовуючи функції (2.40) і (2.41), або їх графіки, зображені на рис. 2.6, з умови (2.42) можна визначити мінімальну величину $t_{o1,\min}$ спектральної складової вхідного сигналу, яку можна виміряти за допомогою КОС за заданих йому конструктивних параметрів.

2.5. Імпульсний відгук КОС під час освітлення вхідного транспаранта квазімонохроматичним випромінюванням

Використання КОС у промисловій апаратурі ставить перед дослідниками та конструкторами завдання зменшення розмірів їх оптичної системи, що може бути успішно досягнуто застосуванням мініатюрних напівпровідникових лазерів як джерел когерентного випромінювання [42]. Але використання напівпровідникових лазерів у КОС має ряд особливостей, пов'язаних з обмеженою когерентністю та значним кутом розбіжності лазерного пучка, а тому потребує додаткових досліджень форми імпульсного відгуку КОС для квазімонохроматичного освітлення вхідного транспаранта.

Розглянемо схему оптичної системи КОС із вхідним транспарантом, розміщеним перед Фур'є-об'єктивом, яка зображена на рис. 2.7. У такій системі вхідний транспарант освітлюється розбіжною світловою хвилею, а його просторовий спектр описується виразом (2.3), який подамо у вигляді

$$V(x_3, y_3) = C_0 \iint_{-\infty}^{\infty} V(x_1, y_1) t_o(x_1, y_1) \exp[-j2\pi\mu(x_3x_1 + y_3y_1)] dx_1 dy_1, \quad (2.43)$$

де C_0 – фазовий коефіцієнт, що визначається геометричними розмірами оптичної системи; μ – коефіцієнт масштабування спектра, $\mu = 1/\lambda_0 l_{23}$; $V(x_1, y_1)$ – розподіл амплітуди світлового поля, що освітлює вхідну площину КОС; $t_o(x_1, y_1)$ – амплітудний коефіцієнт пропускання вхідного транспаранта. У свою чергу, під час квазімонохроматичного освітлення вхідного сигналу амплітуда світлової хвилі змінюється у часі, тобто

$$V(x_1, y_1, t) = V(x_1, y_1) a(t), \quad (2.44)$$

де $a(t)$ – амплітуда коливань хвилі з частотою ν_0 у момент часу t .

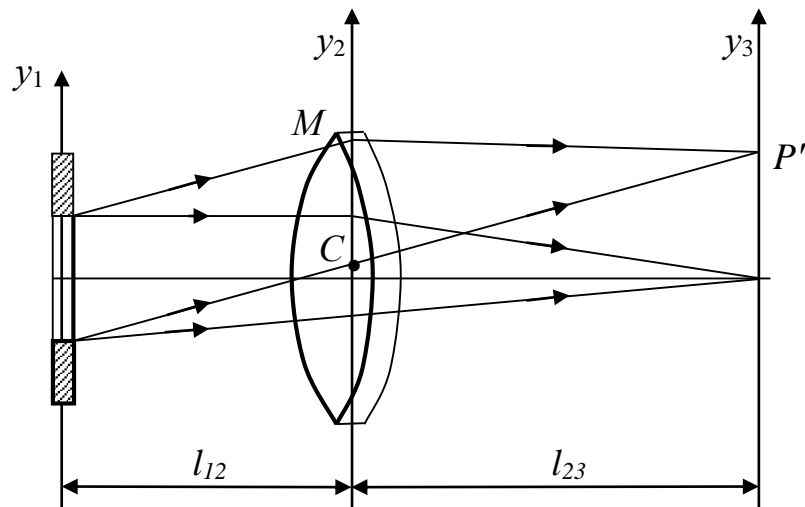


Рисунок 2.7. Схема формування просторового спектра в КОС

Визначимо імпульсний відгук КОС, в якому використовується квазімонохроматичне джерело випромінювання. Розподіл інтенсивності поля у спектральній площині КОС може бути визначений за теоремою Хіллі з урахуванням того, що інтервал часу t_i реєстрації (інтегрування) світлового поля у багато разів перевищує період коливань світлової хвилі, тобто

$$\begin{aligned}
 E(x_3, y_3) &= \langle V(x_1, y_1, t)V^*(x_1, y_1, t + t_i) \rangle = \\
 &= \lim_{t_i \rightarrow \infty} \frac{1}{2t_i} \int_{-t_i}^{t_i} V(x_1, y_1, t)V^*(x_1, y_1, t + t_i) dt = \\
 &= \lim_{t_i \rightarrow \infty} \frac{1}{2t_i} \int_{-t_i}^{t_i} \left[\iint_{-\infty}^{\infty} V(x_1, y_1) a(t) t_o(x_1, y_1) \times \right. \\
 &\quad \times \exp[-j2\pi\mu(x_3 x_1 + y_3 y_1)] dx_1 dy_1 \times \\
 &\quad \times \iint_{-\infty}^{\infty} V^*(x'_1, y'_1) a^*(t + \Delta t) t_o^*(x'_1, y'_1) \times \\
 &\quad \times \exp[j2\pi\mu(x_3 x'_1 + y_3 y'_1)] dx'_1 dy'_1,
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

де Δt – різниця часу, яка необхідна двом променям для того, щоб прийти із точок M і C в точку P' : $\Delta t = \frac{CP'' - MP'}{c}$, де c – швидкість світла.

Визначимо відстані CP' і MP' для параксіальної області (рис. 2.7):

$$\begin{aligned}
CP' &= \sqrt{(x_{3P} - x_{2C})^2 + (y_{3P} - y_{2C})^2 + l_{23}^2} = \\
&= l_{23} \sqrt{1 + \frac{(x_{3P} - x_{2C})^2 + (y_{3P} - y_{2C})^2}{l_{23}^2}} \approx \\
&\approx l_{23} \left[1 + \frac{(x_{3P} - x_{2C})^2 + (y_{3P} - y_{2C})^2}{2l_{23}^2} \right],
\end{aligned} \tag{2.46}$$

де (x_{2C}, y_{2C}) і (x_{3P}, y_{3P}) – координати точок C і P' відповідно.

Аналогічно

$$MP' \approx l_{23} \left[1 + \frac{(x_{3P} - x_{2M})^2 + (y_{3P} - y_{2M})^2}{2l_{23}^2} \right]. \tag{2.47}$$

З урахуванням наближень (2.46) і (2.47) часовий інтервал

$$\begin{aligned}
\Delta t &= \frac{1}{2cl_{23}} \{ [(x_{3P} - x_{2C})^2 - (x_{3P} - x_{2M})^2] + \\
&\quad + [(y_{3P} - y_{2C})^2 - (y_{3P} - y_{2M})^2] \} \approx \\
&\approx \frac{1}{cl_{23}} \{ x_{3P}(x_{2M} - x_{2C}) + y_{3P}(y_{2M} - y_{2C}) \} = \\
&= \frac{1}{cl_{23}} (x_{3P}\Delta x_2 + y_{3P}\Delta y_2),
\end{aligned} \tag{2.48}$$

де $\Delta x_2 = x_{2M} - x_{2C}$; $\Delta y_2 = y_{2M} - y_{2C}$.

Оскільки від площини x_1y_1 до площини x_2y_2 у параксіальній області дифрагований світловий пучок поширюється у вигляді плоских хвиль, то можна вважати, що $\Delta x_2 = \Delta x_1$ і $\Delta y_2 = \Delta y_1$. Згідно з монографією [43] з урахуванням співвідношення (2.48) маємо, що

$$\begin{aligned}
\langle a(t)a^*(t + \Delta t) \rangle &= \langle a(t)a^* \left[t + \frac{1}{cl_{23}} (x_{3P}\Delta x_2 + y_{3P}\Delta y_2) \right] \rangle = \\
&= ACF_a(\Delta x_1, \Delta y_1)
\end{aligned} \tag{2.49}$$

являє собою автокореляційну функцію амплітуди поля у вхідній площині КОС.

Підставимо функцію (2.49) до виразу (2.45) і подаємо його у вигляді

$$\begin{aligned}
E(x_3, y_3) &= \iint_{-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} ACF_a(\Delta x_1, \Delta y_1) V(x_1, y_1) t_o(x_1, y_1) \times \\
&\quad \times V^*(x_1 - \Delta x_1, y_1 - \Delta y_1) t_o^*(x_1 - \Delta x_1, y_1 - \Delta y_1) \times \\
&\quad \times \exp[-j2\pi\mu(x_3\Delta x_1 + y_3\Delta y_1)] d(\Delta x_1) d(\Delta y_1) dx_1 dy_1.
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Зробимо позначення у виразі (2.50):

$$\iint_{-\infty}^{\infty} V(x_1, y_1) V^*(x_1 - \Delta x_1, y_1 - \Delta y_1) dx_1 dy_1 = ACF_V(\Delta x_1, \Delta y_1); \quad (2.51)$$

$$\iint_{-\infty}^{\infty} t_o(x_1, y_1) t_o^*(x_1 - \Delta x_1, y_1 - \Delta y_1) dx_1 dy_1 = ACF_t(\Delta x_1, \Delta y_1). \quad (2.52)$$

Функції $ACF_V(\Delta x_1, \Delta y_1)$ і $ACF_t(\Delta x_1, \Delta y_1)$ являють собою автокореляційні функції розподілу поля у вхідній площині КОС та амплітудного коефіцієнта пропускання транспаранта. Тоді вираз (2.50) матиме вигляд

$$E(x_3, y_3) = \iint_{-\infty}^{\infty} ACF_a(\Delta x_1, \Delta y_1) ACF_V(\Delta x_1, \Delta y_1) ACF_t(\Delta x_1, \Delta y_1) \times \\ \times \exp[-j2\pi\mu(x_3\Delta x_1 + y_3\Delta y_1)] d(\Delta x_1) d(\Delta y_1). \quad (2.53)$$

Отже, розподіл інтенсивності поля у спектральній площині КОС є Фур'є-образом (спектром) добутку функцій $ACF_a(\Delta x_1, \Delta y_1)$ – когерентності випромінювання, $ACF_V(\Delta x_1, \Delta y_1)$ – автокореляційної функції просторового розподілу амплітуд світлового поля у вхідній площині КОС і $ACF_t(\Delta x_1, \Delta y_1)$ – автокореляційної функції амплітудного коефіцієнта пропускання вхідного транспаранта.

Амплітудний коефіцієнт пропускання вхідного транспаранта може бути поданий у вигляді добутку двох взаємозалежних функцій [43]

$$t_o(x_1, y_1) = t_{os}(x_1, y_1) t_{op}(x_1, y_1), \quad (2.54)$$

де функція $t_{os}(x_1, y_1)$ описує вхідний сигнал, а функція $t_{op}(x_1, y_1)$ – апертуру транспаранта. Автокореляційну функцію транспаранта (2.52) можна подати у вигляді $ACF_t(\Delta x_1, \Delta y_1) = ACF_{ts}(\Delta x_1, \Delta y_1) ACF_{tp}(\Delta x_1, \Delta y_1)$.

Тоді вираз (2.53) може бути записаний у вигляді двовимірної згортки трьох функцій:

$$\begin{aligned}
E(x_3, y_3) = & \iint_{-\infty}^{\infty} ACF_a(\Delta x_1, \Delta y_1) ACF_{tp}(\Delta x_1, \Delta y_1) \times \\
& \times \exp[-j2\pi\mu(x_3\Delta x_1 + y_3\Delta y_1)] d(\Delta x_1) d(\Delta y_1) \otimes \otimes \\
& \otimes \otimes \iint_{-\infty}^{\infty} ACF_{ts}(\Delta x_1, \Delta y_1) \times \\
& \times \exp[-j2\pi\mu(x_3\Delta x_1 + y_3\Delta y_1)] d(\Delta x_1) d(\Delta y_1) \otimes \otimes \\
& \otimes \otimes \iint_{-\infty}^{\infty} ACF_V(\Delta x_1, \Delta y_1) \times \\
& \times \exp[-j2\pi\mu(x_3\Delta x_1 + y_3\Delta y_1)] d(\Delta x_1) d(\Delta y_1).
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Перша функція описує імпульсний відгук оптичної системи КОС з обмеженою будь-якою за формою і розміром апертурою вхідного транспаранта, який освітлюється квазімонохроматичним випромінюванням, друга функція описує енергетичний спектр досліджуваного сигналу, а третя – операційні властивості оптичної системи КОС залежно від просторового розподілу амплітуди поля, що освітлює вхідний транспарант.

Для спрощення математичних перетворень розглянемо одновимірний випадок для виразу (2.55), тобто

$$\begin{aligned}
E(x_3) = & \int_{-\infty}^{\infty} ACF_a(\Delta x_1) ACF_{tp}(\Delta x_1) \text{Exp}(-j2\pi\mu x_3 \Delta x_1) d(\Delta x_1) \otimes \\
& \otimes \int_{-\infty}^{\infty} ACF_{ts}(\Delta x_1) \text{Exp}(-j2\pi\mu x_3 \Delta x_1) d(\Delta x_1) \otimes \\
& \otimes \int_{-\infty}^{\infty} ACF_V(\Delta x_1) \text{Exp}(-j2\pi\mu x_3 \Delta x_1) d(\Delta x_1).
\end{aligned} \tag{2.56}$$

Розглянемо більш детально першу функцію співвідношення (2.56) стосовно типових апертур вхідного транспаранта КОС. У монографії [42] показано, що автокореляційна функція $ACF_a(\Delta x_1)$ часової когерентності випромінювання, яка являє собою обмежені цуги синусоїдальних хвиль з частотою ν_0 і тривалістю Δt , відмінна від нуля лише в інтервалі часу $\Delta t < \frac{x_{3P}\Delta x_1}{cl_{23}}$. Оскільки лише в цей проміжок часу цуги перекриваються, то ця функція має вигляд

$$ACF_a(\Delta x_1) = \begin{cases} 1 - \frac{x_{3P}|\Delta x_1|}{cl_{23}\Delta t}, & \text{коли } |\Delta x_1| \leq \frac{cl_{23}\Delta t}{x_{3P}}; \\ 0 & \text{в інших випадках,} \end{cases} \tag{2.57}$$

де $c\Delta t$ – довжина цуга, або довжина когерентності випромінювання,

$$c\Delta t = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}, \quad (2.58)$$

де $\Delta\lambda$ – ширина спектра випромінювання відносно довжини хвилі λ_0 на рівні 0,5 максимальної амплітуди.

За рівномірного освітлення вхідної площини КОС

$$ACF_V(\Delta x_1) = E_0 \delta(\Delta x_1), \quad (2.59)$$

де E_0 – інтенсивність світлової хвилі.

Для транспаранта з прямокутною апертурою $V_o \times W_o$ одновимірною функція пропускання має вигляд

$$t_{op}(x_1) = \begin{cases} 1, & \text{коли } |x_1| \leq V_o/2; \\ 0 & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (2.60)$$

Автокореляційна функція коефіцієнта пропускання (2.52) має вигляд

$$ACF_{tp}(\Delta x_1) = \begin{cases} 1 - \frac{|\Delta x_1|}{V_o}, & \text{коли } |\Delta x_1| \leq V_o; \\ 0 & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (2.61)$$

Отже, імпульсний відгук оптичної системи КОС з обмеженою за розмірами апертурою вхідного транспаранта може бути поданий у такому вигляді:

$$\begin{aligned} h_{sa}(\mu x_3) &= \int_{-\infty}^{\infty} ACF_a(\Delta x_1) ACF_{tp}(\Delta x_1) \exp(-j2\pi\mu x_3 \Delta x_1) d(\Delta x_1) = \\ &= \int_{-\Delta x_{10}}^{\Delta x_{10}} \left(1 - \frac{x_{3P} |\Delta x_1|}{cl_{23} \Delta t}\right) \left(1 - \frac{|\Delta x_1|}{V_o}\right) \exp(-j2\pi\mu x_3 \Delta x_1) d(\Delta x_1), \end{aligned} \quad (2.62)$$

де межі інтегрування визначаються із функцій (2.57) і (2.61), тобто

$$\Delta x_{10} = \min \left\{ \frac{cl_{23} \Delta t}{x_{3P}}; V_o \right\}.$$

Після обчислення інтеграла (2.62) отримаємо

$$\begin{aligned} h_{sa}(\mu x_3) &= \frac{2}{q_{sa} V_o (\mu x_3)^2} \times \\ &\times \left[(q_{sa} + 1) - (q_{sa} - 1) \cos(V_o \mu x_3) - 2 \frac{\sin(V_o \mu x_3)}{V_o \mu x_3} \right], \end{aligned} \quad (2.63)$$

де $q_{sa} = \frac{l_{23} \lambda_0^2}{V_o \Delta \lambda x_3}$.

Функція (2.63) має максимальне значення на оптичній осі системи

за $r_3 = 0$: $h_{sa}(0) = V_o$, тому нормований імпульсний відгук буде описуватись функцією

$$h_{sa,n}(\mu x_3) = \frac{2}{q_{sa}(\mu V_o x_3)^2} \times \left[(q_{sa} + 1) - (q_{sa} - 1) \cos(V_o \mu x_3) - 2 \frac{\sin(V_o \mu x_3)}{V_o \mu x_3} \right]. \quad (2.64)$$

Аналіз функції (2.64) було виконано числовими методами, а результати подані графічно на рис. 2.8 і 2.9 в лінійному та логарифмічному масштабах відповідно. Із графіків видно, що залежно від геометричних параметрів оптичної системи, довжини хвилі λ_0 і ширини спектра $\Delta\lambda$ джерела випромінювання, а також ширини $2V_o$ апертури вхідного транспаранта, які визначають параметр q_{sa} , функція $h_{sa,n}(\mu x_3)$ може бути у граничних випадках або монотонно спадною, або осцилюючою з періодом $2\pi = V_o \mu x_3$, причому амплітуди мінімумів функції $h_{sa,n}(\mu x_3)$ описуються співвідношенням

$$h_{sa,n,m}^{\min} = \frac{V_o}{\pi^2 m^2 q_{sa}}, \quad (2.65)$$

де $m = 1, 2, \dots$ – порядковий номер мінімуму. Крім того, зі зменшенням параметра q_{sa} , що спостерігається при розширенні спектра $\Delta\lambda$ випромінювання в освітлювальному пучку, відбувається розширення імпульсного відгуку від дифракційної межі, яка визначається розміром V_o апертури вхідного транспаранта.

Отже, на основі отриманих результатів можна зробити такі висновки:

- у разі освітлення вхідного транспаранта квазімонохроматичним випромінюванням імпульсний відгук КОС розширюється зі збільшенням ширини $\Delta\lambda$ спектра випромінювання;

- зі збільшенням ширини $\Delta\lambda$ спектра випромінювання зменшуються амплітуди бокових мінімумів і збільшуються амплітуди бокових максимумів у дальній області імпульсного відгуку, тобто він

трансформується з осцилюючого в монотонно спадний;

– зі збільшенням ширини $\Delta\lambda$ спектра випромінювання зменшується амплітуда імпульсного відгуку на осі оптичної системи.

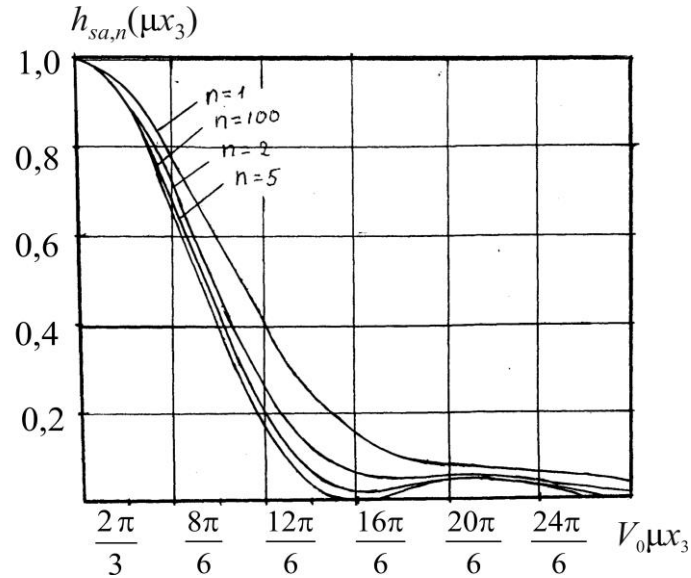


Рисунок 2.8. Нормована функція імпульсного відгуку КОС

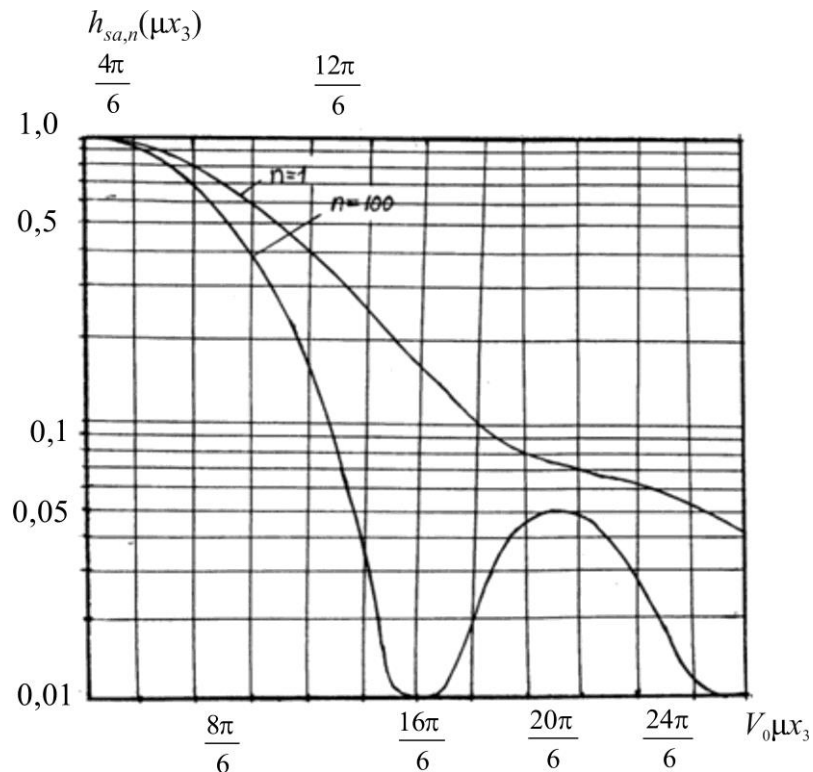


Рисунок 2.9. Функція імпульсного відгуку в логарифмічному масштабі

2.6. Шляхи збільшення ширини просторової смуги пропускання *SBP*

Просторова смуга пропускання (ПСП) є основною характеристикою для оцінки ефективності КОС. Ціна оптичного приладу пов'язана із шириною смуги пропускання. Чим більша ширина смуги, тим краще виправлена на недоліки (аберації) оптична система, відповідно, тим вище її ціна. Тому досить активно ведуться пошуки шляхів збільшення просторової смуги пропускання, намагаючись при цьому зменшити вартість оптичної системи до мінімуму. Розглянемо більш детально методи визначення ПСП.

Узагальнена схема оптичного спектроаналізатора складається з когерентного джерела випромінювання (лазера), розширювача лазерного пучка, вхідного транспаранта, фур'є-об'єктива і аналізатора світлового поля (рис. 2.1). Вхідний транспарант являє собою оптичний елемент, амплітудний коефіцієнт пропускання якого визначається двовимірним сигналом, призначеним для вимірювання його спектра. В якості вхідного транспаранта використовують просторово-часові модулятори світла. В сучасних КОС для аналізу спектра сигналу застосовують ПЗЗ-матриці високого просторового розділення.

Просторове перетворення Фур'є може бути реалізовано оптично декількома способами. Одна з найвідоміших та найпростіших систем включає позитивну лінзу з фокусною відстанню f , встановлену між двома площинами вільного простору, кожна з яких знаходиться на відстані f від лінзи. Якщо транспарант розташований в передній фокальній площині фур'є-об'єктива і освітлюється плоскою хвилею з амплітудою V_p , то розподіл амплітуди поля в площині аналізу описується виразом (2.3).

Із аналізу перетворення (2.3) випливає такий важливий висновок, що комплексна амплітуда світлового поля у задній фокальній площині фур'є-об'єктива з точністю до постійного множника $V_p/j\lambda f$ являє собою

просторовий спектр від амплітудного коефіцієнта пропускання $t_o(x_1, y_1)$ транспаранта з просторовими частотами:

$$v_x = \frac{x_3}{\lambda f}; \quad v_y = \frac{y_3}{\lambda f}. \quad (2.66)$$

Найбільша просторова частота $v_{x,max} = v_{res}$, яку розділяє КОС, визначається найбільшим кутом дифракції в першому порядку $\varphi_{d1} = \theta_{max}$ ґратки, яка розташована в площині вхідного транспаранта (рис. 2.10). При нормальному падінні плоскої хвилі на дифракційну ґратку, яка розташована в передній фокальній площині фур'є-об'єктива, із основного рівняння ґратки для першого порядку дифракції маємо $d \sin \varphi_{d1} = \lambda$, де $d = 1/v_{res}$ – період дифракційної ґратки. Звідки

$$v_{res} = \frac{1}{d} = \frac{1}{\lambda} \sin \theta_{max}. \quad (2.67)$$

Тоді просторова смуга пропускання спектроаналізатори дорівнює:

$$SBP_s = \frac{a}{d} = a v_{res} = \frac{a}{\lambda} \sin \varphi_{d1}, \quad (2.68)$$

де a – розмір вхідного транспаранта.

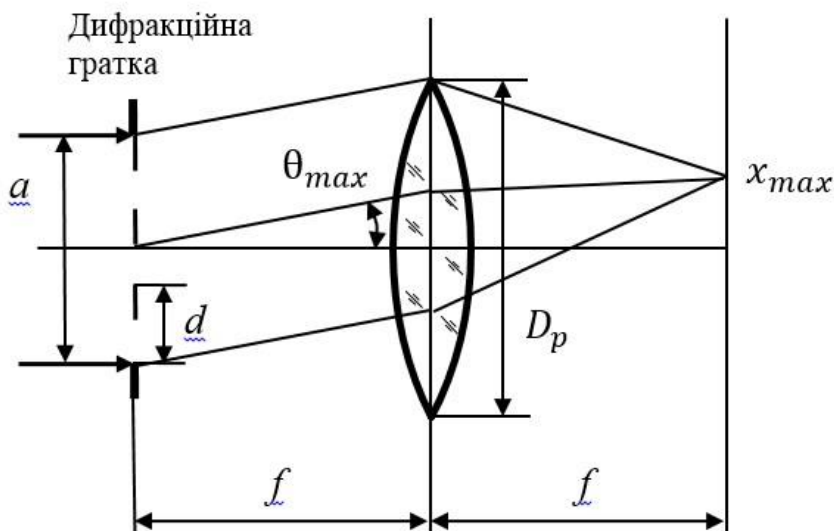


Рисунок 2.10. Схема для визначення максимального кута дифракції

Спираючись на фізичні основи роботи КОС, у статті [35] було запропоновано збільшити смугу пропускання SBP_s шляхом збільшення діаметру фур'є-об'єктива та його фокусної відстані.

В запропонованому методі збільшення смуги пропускання було застосовано припущення: наближення Френеля справедливе для розповсюдження світла на відстань більшу, ніж фокусна відстань f .

Нехай лінійний розмір вхідного транспаранта a , а лінійний розмір площини аналізу V_a . Згідно (2.66) максимальна просторова частота в площині аналізу дорівнює

$$\nu_{x,max} = \frac{V_a}{2\lambda f}. \quad (2.69)$$

Тоді одновимірною просторова смуга пропускання дорівнюватиме:

$$SBP_s = 2\nu_{x,max}a = \frac{V_a a}{\lambda f}. \quad (2.70)$$

Для визначення числової ПСП можна скористатися відомою теоремою дискретизації сигналу, який має обмежені розміри Δx і просторову смугу $\Delta \nu_x$. Сигнал можна повністю поновити, якщо відомі його значення в точках дискретизації, що розташовані на відстані $\delta x = 1/\Delta \nu_x$. Загальна кількість точок дискретизації сигналу визначає числову ПСП, яка дорівнює

$$N_s = SPB_s = \frac{\Delta x}{\delta x} = \Delta x \Delta \nu_x. \quad (2.71)$$

Формула (2.71) співпадає з (2.70), якщо $\Delta x = a$, $\Delta \nu_x = 2\nu_{res}$.

Визначимо максимальний кут дифракції, при якому відсутнє він'єтування в оптичній системі КОС, тобто усі промені в першому порядку дифракції потрапляють до вхідної зіниці об'єктива. Із рис. 2.10 знаходимо

$$\text{tg}\theta_{max} = \frac{D_p - a}{2f}, \quad (2.72)$$

де D_p – діаметр вхідної зіниці Фур'є-об'єктива.

Із системи рівнянь (2.70) і (2.72) маємо

$$SBP_s = \frac{a}{\lambda} \sin\left(\arctg \frac{D_p - a}{2f}\right). \quad (2.73)$$

Для малих кутів дифракції (для параксіальної області, коли $\sin\theta \approx \text{tg}\theta$) рівняння (2.73) спрощується до вигляду

$$SBP_{par} = \frac{a}{\lambda} \left(\frac{D_p - a}{2f}\right). \quad (2.74)$$

Визначимо максимальні розміри області спектрального аналізу в задній фокальній площині об'єктива (рис. 2.10), використовуючи рівняння (2.66), (2.70) і (2.74)

$$x_{max} = v_{max} \lambda f = \frac{SBP_{par}}{a} \lambda f = \frac{1}{2} (D_p - a). \quad (2.75)$$

Отримана формула (2.75) дозволяє розрахувати розміри ПЗЗ-матриці, яка використовується для реєстрації спектру сигналу.

Розглянемо шляхи збільшення просторової смуги пропускання КОС. Для параксіальної області смуга пропускання визначається рівнянням (2.74), яке представимо у вигляді

$$SBP_{par} = \frac{a}{2\lambda} \left(\frac{1}{F_o} - \frac{1}{F_s}\right), \quad (2.76)$$

де $F_o = f/D_p$ і $F_s = f/a$ – діафрагмові числа Фур'є-об'єктива і оптичної системи КОС.

Із формул (2.73) і (2.74) випливає, що збільшити ширину смуги пропускання SBP можна за рахунок збільшення розміру вхідного транспаранта a . Однак збільшення розміру транспаранта, тобто зменшення діафрагмового числа системи $F_s = f/a$, призводить до зменшення кута дифракції θ_{max} , тобто до зменшення просторового розділення v_{res} згідно формули (2.67). Таким чином, можна знайти

розмір вхідного транспаранта, який забезпечує максимальну смугу пропускання SBP . На рис. 2.11 наведено графік залежності смуги пропускання SBP_{par} від розміру транспаранта a для випадку, коли в оптичній системі КОС використовується фур'є-об'єктив з фокусною відстанню $f = 50$ мм і діаметром апертурної діафрагми $D_p = 50$ мм.

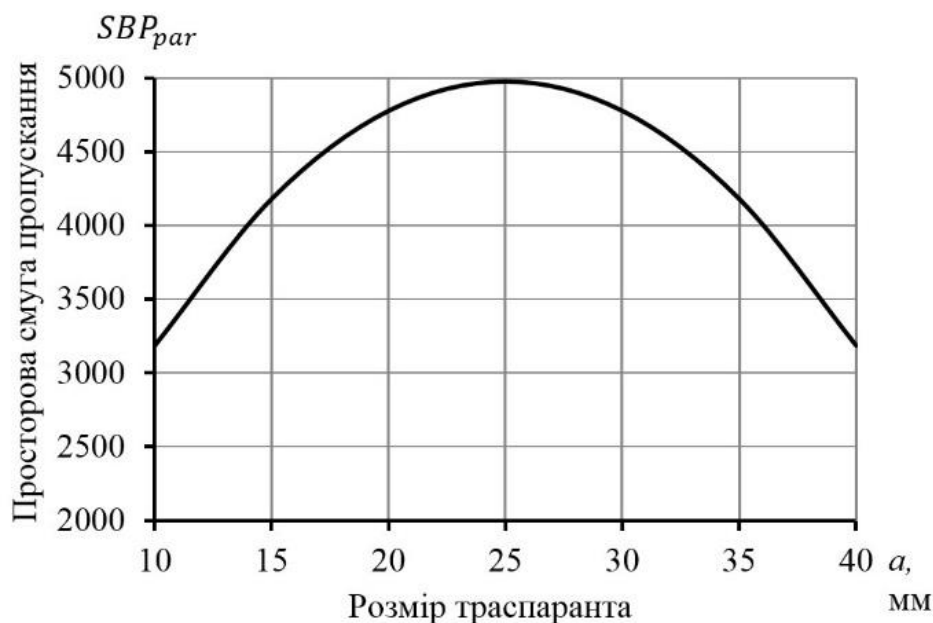


Рисунок 2.11. Залежність просторової смуги пропускання КОС від розміру вхідного транспаранта

Аналіз отриманої формули (2.74) показує, що просторову смугу пропускання при незмінному діафрагмовому числі фур'є-об'єктива можна збільшити за рахунок:

1. Збільшення діаметра вхідної зіниці D_p фур'є-об'єктива.
2. Збільшення фокусної відстані f фур'є-об'єктива.
3. Використання лазера з меншою довжиною хвилі.

Максимальне значення функції $SBP_{par}(a)$ знаходимо із рівняння $d[SBP_{par}(a)]/da = 0$. Звідси маємо $D_p = 2a$. Таким чином, максимум просторової смуги пропускання настає тоді, коли розмір вхідного транспаранта дорівнює половині діаметра вхідної зіниці фур'є-

об'єктива. За цих умов максимальна смуга пропускання з урахуванням (2.76) дорівнює

$$SBP_{max} = \frac{D_p}{2\lambda} \left(\frac{D_p}{4f} \right) = \frac{D_p}{8\lambda F_o} = \frac{f}{8\lambda F_o^2}. \quad (2.77)$$

При оптимізації параметрів компонентів КОС необхідно також враховувати реальні розміри вхідного транспаранта і ПЗЗ-матриці, які обмежені співвідношенням (2.75).

Звернемо увагу на допущення, яке було використано при отриманні перетворення (2.3). Для виконання наближення Френеля необхідно, щоб максимальні просторові частоти $\nu_{x,max}$ і $\nu_{y,max}$ вхідного поля задовольняли умові [7]:

$$\lambda^3 (\nu_{x,max}^2 + \nu_{y,max}^2)^2 f \ll 4. \quad (2.78)$$

Цю умову можна представити у вигляді:

$$\frac{\theta_{max}^4 f}{4\lambda} \ll 1, \quad (2.79)$$

де $\theta_{max}^2 = \theta_{x,max}^2 + \theta_{y,max}^2$, $\theta_{x,max}$ та $\theta_{y,max}$ – кути нахилу компонентів плоскої хвилі, які залежать від просторових частот $\nu_{x,max}$ і $\nu_{y,max}$ відповідно.

Відхилення хвильового вектору від оптичної осі визначається кутами, що знаходиться за формулами:

$$\sin\theta_x = \lambda\nu_x; \sin\theta_y = \lambda\nu_y. \quad (2.80)$$

Оскільки, в даному випадку має місце наближення Френеля, тобто $f \gg \lambda$, то при малих кутах, їх синуси будуть дорівнювати значенням самих кутів. Звідси найбільші кути нахилу при максимальних просторових частотах дорівнюють $\theta_x \approx \lambda\nu_x$; $\theta_y \approx \lambda\nu_y$. Тоді

$$\theta_{max}^2 \approx \lambda^2 (\nu_{x,max}^2 + \nu_{y,max}^2). \quad (2.81)$$

Найбільша частотна складова, що проходить через систему, визначається розміром Фур'є площини, яка в свою чергу обмежується діаметром D_p вхідної зіниці фур'є-об'єктива. Із (2.75) маємо

$$v_{x,max} = v_{y,max} = \frac{D_p}{4\lambda f}. \quad (2.82)$$

Підставляючи дане співвідношення в рівняння (2.79), отримаємо умову:

$$\lambda^3 \left[\left(\frac{D_p}{4\lambda f} \right)^2 + \left(\frac{D_p}{4\lambda f} \right)^2 \right]^2 f \ll 4. \quad (2.83)$$

Умову (2.83) можна представити у вигляді

$$D_p^4 \ll f^3 \lambda 4^4, \quad (2.84)$$

де D_p – діфрагмове число фур'є-об'єктива.

Використовуючи параметр $k_o = f/D_p$ – діфрагмове число фур'є-об'єктива, запишемо нерівність (2.84) у вигляді:

$$D_p \ll \frac{f^3}{D_p^3} \lambda 4^4 = k_o^3 \lambda 4^4. \quad (2.85)$$

Таким чином, максимальне значення діаметру вхідної зіниці фур'є-об'єктива буде дорівнювати:

$$D_{p,max} = k_o^3 \lambda 4^4. \quad (2.86)$$

Звідси знаходимо, що максимально можливе значення смуга пропускання SBP буде дорівнювати:

$$SBP_{max} = \frac{D_p^2}{4\lambda f} = 4 \sqrt{\frac{f}{\lambda}}. \quad (2.87)$$

Крім того, невиправна (залишкова) сферична аберація фур'є-об'єктива визначає максимально допустимий діаметр апертурної діфрагми дифракційно-лінзової системи. За критерієм Марешаля максимально допустиме відхилення хвильового фронту від ідеального для «найкращого» положення фокальної площини забезпечує найбільш допустиме значення сферичної аберації $0,95\lambda$. В монографії [2] наведено

допустиме за критерієм Марешаля значення діаметра апертурної діафрагми фур'є-об'єктива

$$D_p = 2a \leq 2\sqrt[4]{7,6f^3\lambda}. \quad (2.88)$$

В статті [44] пропонується використовувати величину ПСП для характеристики як довільної оптичної системи, так і оптичного сигналу. ПСП можна розглядати як число в області координат xu , так і в області просторових частот $v_x v_y$, а також у вигляді питомої площини Вігнера xv_x (для одновимірного випадку), або av_{res} , що співпадає з формулою (2.68).

Сучасні об'єктиви, які використовують в КОС, мають змінну фокусну відстань (панкратичні об'єктиви). Від величини фокусної відстані залежить згідно (2.66) масштаб вимірюваного спектра сигналу в площині аналізу $x_3 y_3$, який визначимо як

$$\mu = \frac{x_3}{v_x} = \lambda f. \quad (2.89)$$

Тому використання фур'є-об'єктива з великою фокусною відстанню призводить до зміни геометричного розміру спектра, а також до зменшення спектральної області вимірювання.

В зв'язку з цим важливо встановити залежність ПСП від величини фокусної відстані фур'є-об'єктива при оптимальному узгодженні розміру a вхідного транспаранта і діаметра D_p вхідної зіниці об'єктива, тобто коли $D_p = 2a$.

Із формули (2.73) знаходимо функцію, яка описує залежність ПСП $SBP(f)$ від фокусної відстані f об'єктива:

$$SBP_s(f) = \frac{D_p}{2\lambda} \sin\left(\arctg \frac{D_p}{4f}\right). \quad (2.90)$$

На рис. 2.12 наведено графік функції (2.90) для випадку, коли в оптичній системі КОС використовується Фур'є-об'єктив з діаметром апертурної діафрагми $D_p = 50$ мм і вхідний транспарант розміром $a = 50$ мм.

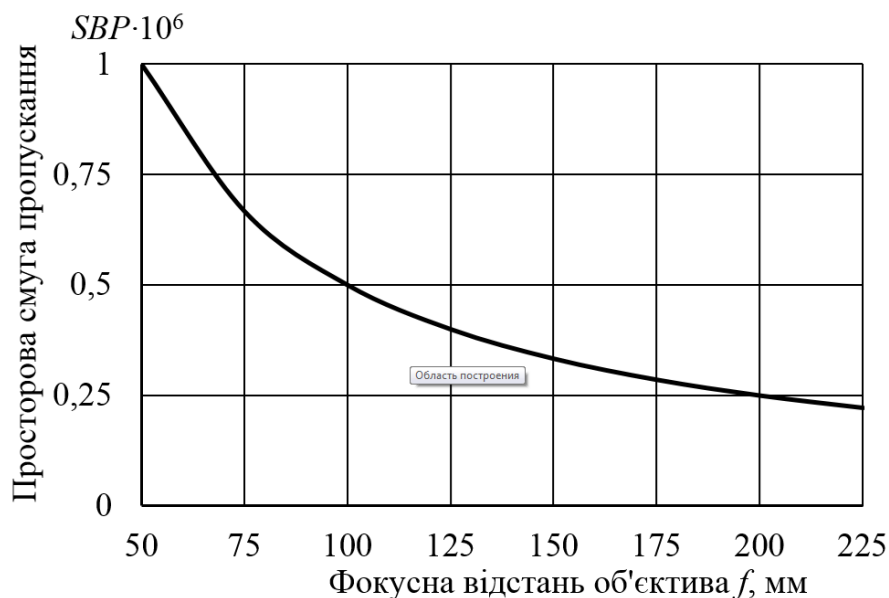


Рисунок 2.12. Залежність просторової смуги пропускання КОС від фокусної відстані фур'є-об'єктива

Аналіз отриманої функції (90) свідчить про те, що зменшення фокусної відстані об'єктива призводить до збільшення величини ПСП. В той же час це призводить до зменшення масштабу спектра (2.89), що погіршує просторове спектральне розділення при застосуванні ПЗЗ-матриці.

Виходячи з наведеного виникає задача дослідження впливу формату і розміру пікселя матриці на ПСП і просторову роздільну здатність КОС. Для цього розглянемо площину спектрального аналізу $x_{3у3}$, де розташована ПЗЗ-матриця.

В більшості практичних випадків для реєстрації спектра сигналу використовують ПЗЗ-матриці, які мають, як правило, розмір $X_D \times Y_D = 36 \times 24$ мм. Для ефективного використання матриці необхідно,

щоб площа спектрального аналізу в площині x_3y_3 круглої форми радіусом $r_a = x_{max}$, який визначається співвідношенням (2.75), була розташована в межах чутливої поверхні матриці, як показано на рис. 2.13, тобто $Y_D = 2r_a$.

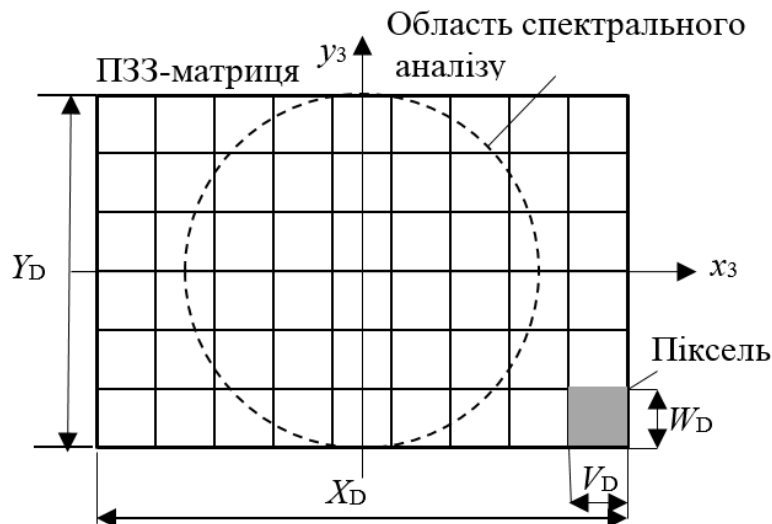


Рисунок 2.13. Площина спектрального аналізу когерентного спектроаналізатора

Із формули (2.75) знаходимо, що найменший розмір матриці повинен задовольняти умові

$$Y_D \geq D_p = a = 2r_a. \quad (2.91)$$

При проектуванні оптичної системи спектроаналізатора на першому етапі обирають потрібну ПЗЗ-матрицю, яка має розміри $X_D \times Y_D$ і кількість пікселів N_p . Використовуючи ці данні, знаходять розмір $V_D \times W_D$ одного квадратного пікселя.

За допомогою ПЗЗ-матриці можна знайти координату пікселя $x_{3,m}$ для гармоніки з просторовою ν_x і координату $x_{3,m+2}$ для гармоніки з частотою $\nu_x + \Delta\nu_x$, які реєструються роздільно. Іншими словами, між пікселями m і $m+2$ повинен знаходитися піксель $m+1$, де відсутній сигнал (рис. 2.13). Це означає, що відстань між пікселями m і $m+2$

повинна дорівнювати $2V_D$. Тоді кількість точок в спектрі сигналу, які реєструються роздільно, дорівнює

$$N_x = \frac{X_D}{2V_D} = v_N X_D, \quad (2.92)$$

де $v_N = 1 / 2V_D$ – частота Найквіста ПЗЗ-матриці.

Очевидно, розмір пікселя буде визначати просторове спектральне розділення Δv_x КОС, яке визначимо із формули (2.5) наступним чином

$$\Delta v_x = v_{x,m+2} - v_{x,m} = \frac{x_m + 2V_D}{\lambda f} - \frac{x_m}{\lambda f} = \frac{2V_D}{\lambda f} = \frac{1}{\lambda f v_N}. \quad (2.93)$$

Введемо поняття одновимірної просторової смуги пропускання SBP_D ПЗЗ-матриці, як кількість зображень точкових джерел випромінювання на поверхні матриці, які можна зареєструвати окремо, тобто

$$SBP_D = \frac{X_D}{2V_D} = X_D v_N. \quad (2.94)$$

Формула (2.94) співпадає з (2.68), якщо $X_D = a$, $v_N = v_{res}$.

Аналогічно введемо поняття просторової смуги пропускання об'єктива SBP_O , як число зображень точкових джерел випромінювання в задній фокальній площині об'єктива, які спостерігаються роздільно (окремо). Проблема роздільної здатності об'єктивів досліджується довгий час. Існує багато критеріїв, які визначають якість зображення, що формує об'єктив. Найбільш поширеним є критерій Релея, згідно якого дві точки спостерігаються окремо, якщо максимум дифракційного зображення першої точки співпадає з першим мінімумом дифракційного зображення другої точки.

Якщо спрямувати паралельний пучок променів до вхідної зіниці об'єктива, то він буде фокусуватись в його задній фокальній площині

(фокусі). При математичному моделюванні цього процесу розглядають три ситуації:

1. Об'єктив ідеальний і пучок фокусується в точку фокуса.
2. Об'єктив не має аберацій, але на його входній зіниці відбувається дифракція світла. Такий об'єктив називається *дифракційно обмеженим*. В цьому випадку в задній фокальній площині формується дифракційна картина Ейрі, нормований розподіл інтенсивності якої описується функцією [10]

$$I_n(x_3, y_3) = \left[2 \frac{J_1\left(\pi \frac{D_p}{\lambda f} r_3\right)}{\pi \frac{D_p}{\lambda f} r_3} \right]^2, \quad (2.95)$$

де J_1 – функція Бесселя першого порядку; r_3 – радіус полярної системи координат, $r_3 = \sqrt{x_3^2 + y_3^2}$.

Вираз (2.95) називається *функцію розсіювання точки* (ФРТ) об'єктива. На рис. 2.14 наведено графік функції (2.95), дослідження якої показує, що ФТР являє собою яскравий кружок Ейрі, навколо якого розташовані світлі кільця малої яскравості.

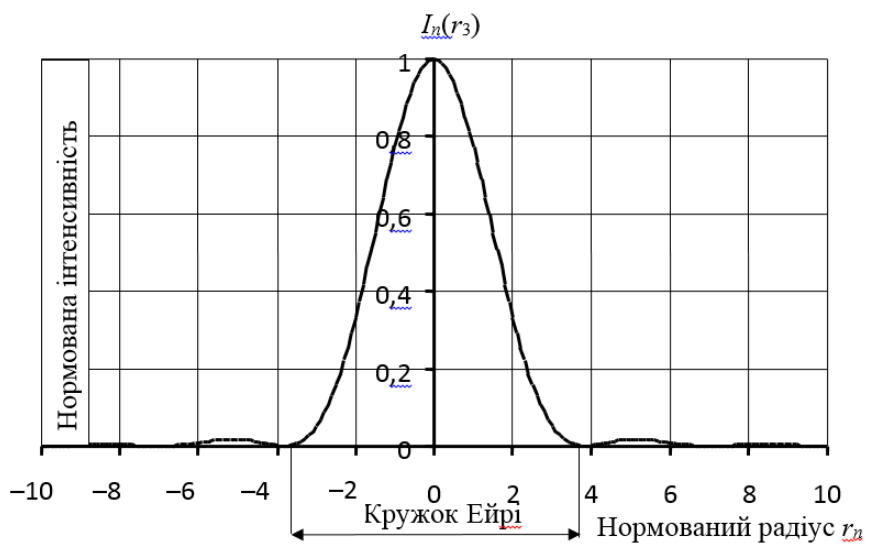


Рисунок 2.14. Нормований розподіл інтенсивності в дифракційній картині Ейрі: $r_n = (\pi D_p / \lambda f) r_3$

3. Об'єktiv має аберації, які призводять до формування ФРТ, яка має більший розмір порівняно з кружком Ейрі.

Згідно критерію Релея зображення двох точок спостерігається роздільно, якщо відстань між ними дорівнює або перевищує радіус кружка Ейрі. Дослідження функції (2.95) дозволяє отримати формулу для розрахунку радіуса кружка Ейрі

$$r_E = 1,22 \frac{\lambda f}{D_p}. \quad (2.96)$$

Тоді ПСП об'єктива буде визначатися як

$$SPB_O = \frac{X_O}{r_E} = \frac{X_O D_p}{1,22 \lambda f}, \quad (2.97)$$

де X_O – лінійне поле зору об'єктива.

Згідно формули (2.75) при оптимальному узгодженні розміру транспаранта a і діаметра входної зіниці об'єктива D_p

$X_O = 2x_{\max} = 0,5D_p$. Тоді

$$SPB_O = \frac{X_O D_p^2}{2,44 \lambda f}. \quad (2.98)$$

Таким чином, в результаті математичного моделювання КОС отримано формули (2.90), (2.94) і (2.98) для розрахунку просторової смуги пропускання оптичної системи спектроаналізатора SPB_s , ПЗЗ-матриці SPB_D і об'єктива SPB_O відповідно. Менша із цих смуг і буде визначати ефективність роботи КОС.

Приклад розрахунку просторової смуги пропускання КОС.

Розглянемо КОС, складові якого мають такі параметри:

1. Розмір входного транспаранта $a = 25$ мм.
2. Фокусна відстань і діаметр входної зіниці фур'є-об'єктива $f = 100$ мм і $D_p = 50$ мм відповідно.
3. Довжина хвилі лазера $\lambda = 0,6328$ мкм.

4. ПЗЗ-матриця має кількість пікселів $N_p = 24 \cdot 10^6$ і розмір чутливої поверхні $X_D \times Y_D = 36 \times 24 \text{ мм}^2$.

За формулою (2.73) знаходимо числове значення ПСП оптичної системи КОС

$$SBP_s = \frac{25}{0,6328 \cdot 10^{-3}} \sin \left(\arctg \frac{50 - 25}{200} \right) = 4900.$$

Максимальне значення ППС для параксіального наближення знаходимо за формулою (2.77)

$$SBP_{max} = \frac{50}{8 \cdot 0,6328 \cdot 10^{-3} \cdot 2} = 4938.$$

Відмінність SBP_s і SBP_{max} пояснюється тим, що формула (2.77) справедлива тільки для параксіальної області. Цим обумовлена незначна відносна похибка визначення ПСП 0,77%.

За формулою (2.75) визначимо максимальні розміри області спектрального аналізу в задній фокальній площині об'єктива

$$x_{max} = \frac{1}{2} (D_p - a) = 12,5 \text{ мм}.$$

Це означає, що мінімальний розмір ПЗЗ-матриці повинен бути більшим за 25 мм.

За формулою (2.94) розраховуємо ПСП ПЗЗ-матриці. Для цього необхідно знайти розмір квадратного пікселя цієї матриці, який визначимо із рівняння $N_p = X_D Y_D / V_D^2$. Звідки

$$V_D = \sqrt{\frac{X_D Y_D}{N_p}} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$$

$$\text{Тоді } SBP_D = 24 / 6 \cdot 10^{-3} = 4000.$$

За формулою (2.98) розраховуємо ПСП дифракційно обмеженого об'єктива

$$SPB_o = \frac{25 \cdot 50}{1,22 \cdot 0,6328 \cdot 10^{-3} \cdot 100} = 16,2 \cdot 10^3 .$$

Порівнюючи отримані числові значення ПСП оптичної системи, ПЗЗ-матриці і об'єктива можна стверджувати, що просторова смуга пропускання матриці обмежує ефективність даного спектроаналізатора.

Таким чином, в результаті дослідження просторової смуги пропускання оптичного спектроаналізатора отримані такі результати:

1. Встановлено, що збільшення просторової смуги пропускання *SBP* призводить до підвищення ефективності спектроаналізатора.

2. Отримано рівняння для розрахунку параметра *SBP* як для параксіальної області, так і для довільної області спектрального аналізу за умови відсутності вінетування в оптичній системі КОС. Ці рівняння дозволяють аналізувати і оптимізувати параметри КОС з метою підвищення ефективності його застосування.

3. Встановлено, що максимальне значення смуги пропускання *SBP* настає тоді, коли розмір вхідного транспаранта дорівнює радіусу вхідної зіниці Фур'є-об'єктива.

4. Просторову смугу пропускання можна збільшити при незмінному діафрагмовому числі Фур'є-об'єктива за рахунок: збільшення діаметра вхідної зіниці або фокусної Фур'є-об'єктива; використання лазера з меншою довжиною хвилі.

5. Отримано рівняння для розрахунку ПСП ПЗЗ-матриці і дифракційно обмеженого Фур'є-об'єктива, які дозволяють аналізувати і оптимізувати параметри компонентів КОС.

6. На прикладі заданого спектроаналізатора представлена методика, що дозволяє встановити, який із компонентів КОС обмежує його смугу пропускання.

2.7. Вплив аберацій фур'є-об'єктива та геометричних розмірів приймача випромінювання на граничні характеристики приладу

Призначення будь-якого оптичного обчислювального приладу полягає у формуванні світлового поля, який несе потрібну інформацію. Найбільш складною задачею в проблемі створення оптичної системи такого приладу є отримання розподілу світлового поля в площині спостереження, що з точністю до постійного множника співпадає з фур'є-образом вхідного сигналу. Зображення, утворене будь-яким реальним оптичним приладом, містить спотворення, обумовлені як недоліками оптичної системи, так і обмеженими можливостями ПЗЗ-матриці.

У зв'язку з цим виникає необхідність в деяких критеріях, що дозволяють оцінювати якість роботи приладу, та пов'язувати якість зображення з його параметрами. До граничних характеристик спектроаналізатора відносяться спектральна просторова роздільна здатність, що характеризує здатність системи зображати окремо дві спектральні гармоніки однакової інтенсивності, та просторова смуга пропускання SBP – число роздільних точок, що може сформувати спектроаналізатор.

В реальному об'єктиві, що має кінцеві розміри, присутні аберації, що значно впливають на точність двовимірного перетворення Фур'є та роздільну здатність приладу. Тому фур'є-об'єктив має бути виправлений на монохроматичні аберації третього порядку та мати достатньо великий апертурний кут.

Часткове усунення аберації можливо завдяки зміні форми поверхні лінзи. Змінюючи положення та (або) величину отвору діафрагми, також можна зменшити аберації і дифракцію. Деякі види аберацій можуть бути ослаблені шляхом використання скла з різними показниками заломлення та різною дисперсією, та шляхом підбору відповідних положень елементів об'єктива. З товщиною лінзи також можуть бути пов'язані

деякі спотворення. Тонкі покриття з прозорих матеріалів, нанесені на поверхню лінзи, можуть послаблювати відбиття від її поверхонь. Відзначимо, що нині не існує способів, завдяки яким можна повністю усунути всі види аберацій, але їх можна істотно мінімізувати. Наприклад, кому і сферичну аберацію можна значно послабити шляхом зміни форми лінзи та підбором показника заломлення скла, з якого вона виготовлена. Астигматизм і кривизну поля можна зменшити підбором форми лінз об'єктива і відповідним розташуванням діафрагми. Дисторсію можна послабити, використовуючи симетричні лінзи.

Більшість сучасних високоякісних об'єктивів для оптичної обробки інформації проектують на основі математичного моделювання лінз й експериментального вивчення їх оптичних властивостей за допомогою комп'ютерних програм [45,46]. Якщо аберації малі, то в системі переважає дифракція світла, що встановлює граничні характеристики. Для дифракційно обмеженого об'єктива у фокальній площині формується розподіл світлового поля, що описується функцією розсіювання точки.

Для дослідження впливу аберацій фур'є-об'єктива та геометричних розмірів приймача випромінювання на характеристики приладу розглянемо схему, зображену на рис. 2.15, та процес формування сигналу від вхідного транспаранта з круглим отвором, радіус якого дорівнює R_o .

Амплітудний коефіцієнт пропускання такого транспаранта описується функцією:

$$t_o(x_1, y_1) = \begin{cases} 1, \text{ коли } 0 \leq \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \leq R_o; \\ 0, \text{ в інших випадках.} \end{cases} \quad (2.99)$$

Нехай вхідний транспарант освітлюється плоскою монохроматичною хвилею з амплітудою V_0 . Тоді амплітуда поля за транспарантом:

$$V(x_1, y_1) = V_0 t_o(x_1, y_1). \quad (2.100)$$

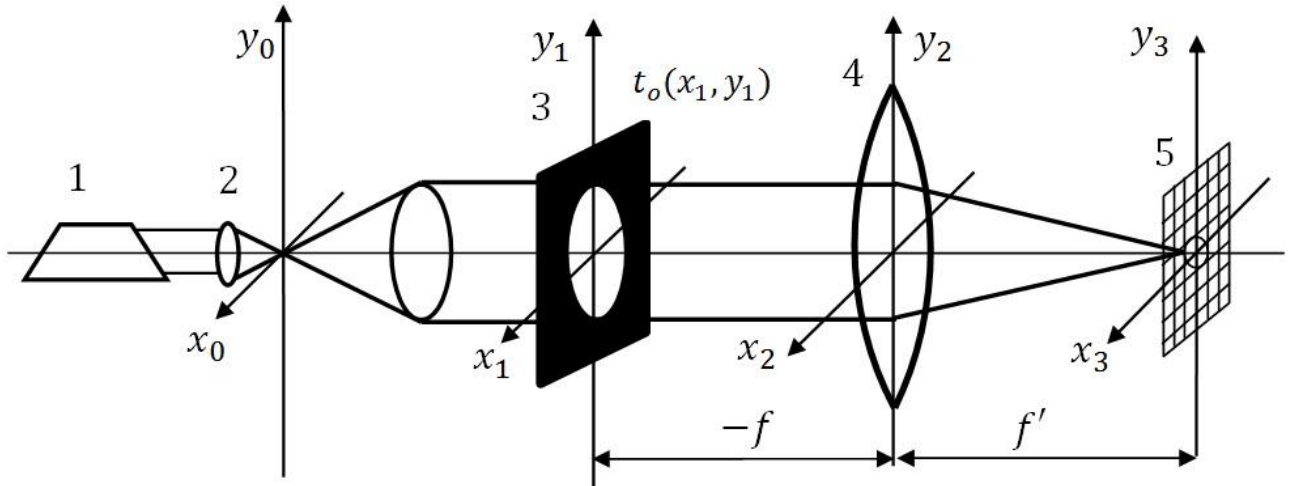


Рисунок 2.15. Схема КОС: 1 – лазер; 2 – розширювач лазерного пучка; 3 – екран з отвором, 4 – фур'є-об'єктив, 5 – площина матричного приймача випромінювання

За допомогою фур'є-об'єктива формується просторовий спектр вхідного сигналу, що визначається двовимірним перетворенням Фур'є (2.3). Враховуючи вираз (2.100), отримаємо розподіл амплітуди поля в площині x_3, y_3 :

$$V(x_3, y_3) = \frac{V_0}{j\lambda f} \iint_{-\infty}^{\infty} t_o(x_1, y_1) \exp[-j2\pi(\nu_x x_1 + \nu_y y_1)] dx_1 dy_1, \quad (2.101)$$

де f – фокусна відстань фур'є-об'єктива; ν_x, ν_y – просторові частоти, які визначаються за формулами (2.5).

Оскільки функція (2.99) є вісесиметричною, то розподіл амплітуди поля (2.101) можна записати у полярній системі координат, використовуючи перетворення Фур'є-Бесселя [38]:

$$V(r_3) = \frac{V_0}{j\lambda f} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} t_o(r_1) J_0\left(\frac{2\pi r_3 r_1}{\lambda f}\right) r_1 dr_1 d\varphi_1 = \frac{2\pi V_0}{j\lambda f} \int_0^{R_0} J_0\left(\frac{2\pi r_3 r_1}{\lambda f}\right) r_1 dr_1, \quad (2.102)$$

де $r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$; $r_3 = \sqrt{x_3^2 + y_3^2}$; φ_1 – кутова компонента в полярній системі координат r_1, φ_1 ; $J_0(x)$ – функція Бесселя нульового порядку.

Обчислення інтегралу (2.102) дає такий результат:

$$V(r_3) = \frac{\pi R_0^2 V_0}{j\lambda f} 2 \frac{J_0\left(\frac{2\pi R_0 r_3}{\lambda f}\right)}{\frac{2\pi R_0 r_3}{\lambda f}}. \quad (2.103)$$

Розподіл інтенсивності у задній фокальній площині об'єктива з урахуванням амплітуди поля (2.103) визначається як

$$I(r_3) = \left(\frac{\pi R_0^2 V_0}{\lambda f}\right)^2 \left[2 \frac{J_0\left(\frac{2\pi R_0 r_3}{\lambda f}\right)}{\frac{2\pi R_0 r_3}{\lambda f}}\right]^2. \quad (2.104)$$

В результаті дифракції світла на апертурі вхідного транспаранта освітленість в довільній точці спектральної площини дорівнює:

$$E(r_3) = |V(r_3)|^2 = E_0 \left(\frac{\pi R_0^2}{\lambda f}\right)^2 \left[2 \frac{J_0\left(\frac{2\pi R_0 r_3}{\lambda f}\right)}{\frac{2\pi R_0 r_3}{\lambda f}}\right]^2. \quad (2.105)$$

де $E_0 = V_0^2$ – освітленість вхідного транспаранта.

Формула (2.105) не враховує він'єтування на вхідній зіниці об'єктива [8]. Графік нормованої функції (2.105) наведено на рис. 2.16.

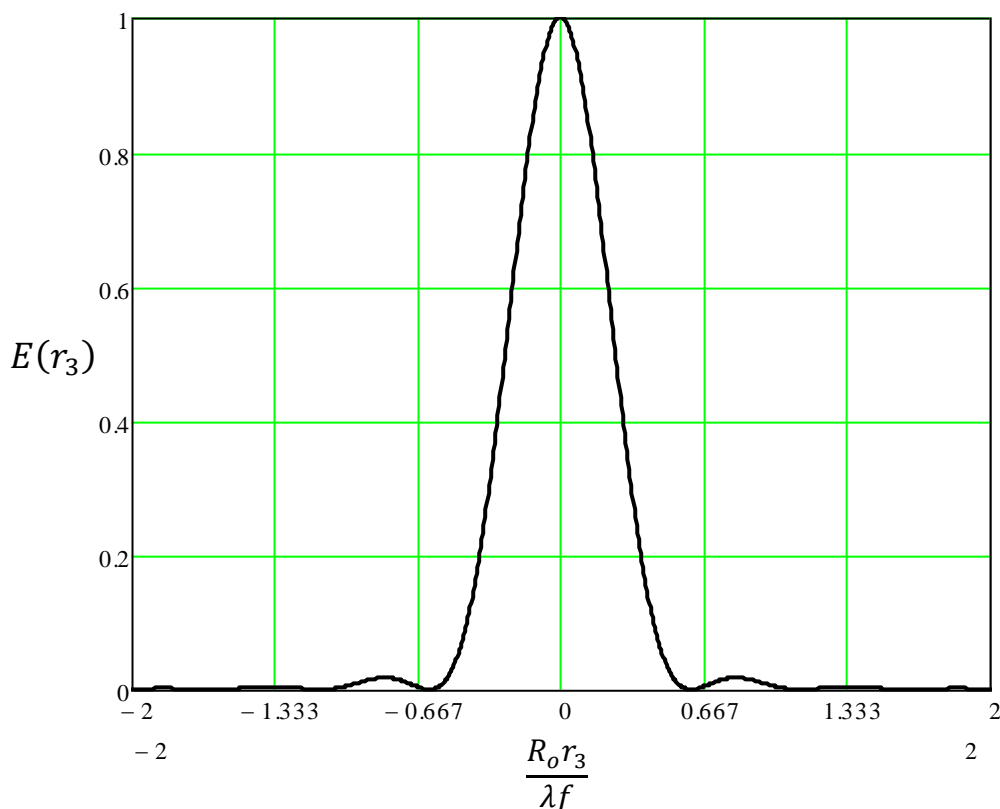


Рисунок 2.16. Графік нормованого розподілу освітленості (2.105)

Дифракційна картина, отримана в результаті рівномірного освітлення круглї вхідної зіниці, має яскравий кружок в центрі з набором концентричних світлих та темних кілець, та відома як картина Ейрі. Положення першого темного кільця, тобто першого мінімуму, знаходиться з умови: $E(r_3) = 0$. Розв'язком цього рівняння є

$$\frac{2R_0 r_1}{\lambda f} = 1,22.$$

Звідки маємо формулу для обчислення радіуса кружка Ейрі

$$r_E = 1,22 \frac{\lambda f}{2R_0}. \quad (2.106)$$

Положення кружка Ейрі в площині аналізу $x_3 y_3$ залежить від просторової частоти вхідного тест-об'єкта. Згідно критерію Релея дві спектральні гармоніки однакової інтенсивності будуть розділені, тобто спостерігатись окремо, якщо центральний максимум однієї співпадає з першим мінімумом дифракційного зображення. Для одновимірного випадку маємо:

$$\Delta x_3 = r_E = 1,22 \frac{\lambda f}{2R_0}. \quad (2.107)$$

З урахуванням співвідношення (2.5), яке визначає просторові частоти в площині аналізу, отримуємо:

$$\Delta \nu_{x_0} = \frac{\Delta x_3}{\lambda f} = \frac{1,22}{2R_0}. \quad (2.108)$$

Матричний фотоприймач також істотно впливає на граничну роздільну здатність системи в цілому. Основною характеристикою матриці вважається її розмір. Але не менш важливою характеристикою матриці є розмір чутливого елемента (пікселя), який впливає чутливість, роздільну здатність та динамічний діапазон матриці.

Визначимо мінімальне просторове розділення, яке визначається матричною структурою приймача випромінювання. Для розділення двох спектральних гармонік необхідно, щоб мінімальна відстань між ними складала два пікселя $2V_D$, що відповідає критерію Найквіста.

Знайдемо мінімальне просторове розділення, яке обмежується матричним приймачем:

$$\Delta\nu_{xD} = \frac{\Delta x_3}{\lambda f} = \frac{2V_D}{\lambda f}. \quad (2.109)$$

Наведені співвідношення дозволяють визначити максимальну просторову частоту, яку здатна сформувати оптична система, та мінімальну відстань між двома роздільними спектральними гармоніками однакової інтенсивності в залежності від розміру чутливого елемента фотоприймача.

Використовуючи співвідношення (2.108) та (2.109), можна визначити за яких умов просторова роздільна здатність за рахунок дифракції світла на апертурі вхідного транспаранта дорівнюватиме мініимальному розділенню, яке обмежене розмірами пікселя, тобто коли $\Delta\nu_{x0} = \Delta\nu_{xD}$:

$$\frac{1,22}{2R_0} = \frac{2V_D}{\lambda f}.$$

Звідки визначаємо розмір пікселя матричного приймача, що задовольняє дану умову:

$$V_D = 0,305 \frac{\lambda f}{R_0}. \quad (2.110)$$

Таким чином, отриманий вираз дозволяє визначати необхідний розмір пікселя, що узгоджується з оптичною системою когерентного спектроаналізатора.

Іншою не менш важливою граничною характеристикою систем оптичної обробки інформації є просторова смуга пропускання. В загальному випадку просторова смуга пропускання для одновимірного перетворення визначається як

$$SBP = \nu_x \cdot 2R_0, \quad (2.111)$$

де ν_x – просторова частота в площині зображення, $\nu_x = x_3/\lambda f$; x_3 – координата чутливої площадки приймача випромінювання.

Як бачимо, на кількість сформованих системою роздільних точок впливає як розмір вхідного транспаранта, так і розмір приймаючої площадки. Чим вище значення матиме просторова смуга пропускання, тим чіткішою буде сформована пляма розсіювання світла на приймачі, що дозволяє підвищити точність отриманих результатів.

2.8. Використання дифракційної лінзи в якості Фур'є-об'єктива

З інтенсивним розвитком науки та техніки до систем оптичної обробки інформації висуваються все більш високі вимоги до характеристик оптичних приладів. Як наслідок, сферичні та відбиваючі поверхні вже не завжди можуть задовольняти підвищеним та різноманітним вимогам. Основним компонентом оптичної системи КОС є Фур'є-об'єктив, що формує просторовий спектр досліджуваного сигналу. Для забезпечення високої точності двовимірного перетворення Фур'є до об'єктива пред'являються високі вимоги. Одним із способів підвищення характеристик оптичних систем КОС є використання в якості Фур'є-об'єктива дифракційних лінз. На відміну від сферичних лінз, дифракційні лінзи формують якісніше зображення за рахунок можливості виправлення аберацій.

Точну теоретичну відповідність розподілу амплітуди поля в фокальній площині лінзи та розподілу поля після вхідного транспаранта можна отримати тільки при використанні ідеальної лінзи з необмеженою апертурою. В реальному об'єктиві, що має кінцеві розміри вхідної зіниці, присутні аберації, що значно впливають на точність двовимірного перетворення Фур'є та роздільну здатність приладу [8].

Фур'є-об'єктив має бути виправлений на монохроматичні аберації третього порядку та мати достатньо великий апертурний кут. Відомо, що

для виправлення або зменшення аберацій потрібно збільшувати кількість лінз, що входять до складу об'єктива. В свою чергу збільшення кількості елементів, з яких виготовлений об'єктив, призводить до ослаблення світлового поля за рахунок відбивання та розсіювання світла на поверхнях лінз, а також до збільшення габаритних розмірів приладу.

Особливо важливою умовою використання фур'є-об'єктива в КОС є забезпечення ним лінійної залежності між координатами у фокальній площині об'єктива та просторовими частотами в спектрі вхідного транспаранта. Ця залежність визначається дисторсією фур'є-об'єктива.

Для вирішення вищенаведених проблем найбільше підходять об'єктиви на основі дифракційних лінз. В таких об'єктивах можливе корегування аберацій при використанні мінімальної кількості оптичних елементів. Також треба відмітити, що в КОС використовується монохроматичне випромінювання, тому використання дифракційних лінз в якості фур'є-об'єктивів досить перспективне.

Функція дифракційної лінзи в системах обробки оптичної інформації – формування зображення розташованого в нескінченості об'єкта в площині аналізу. Для того, щоб фур'є-об'єктив виконував перетворення Фур'є, необхідно вхідний транспарант з певним амплітудним коефіцієнтом пропускання встановити в передній фокальній площині об'єктива. Тоді в задній фокальній площині в сформованому спектрі досліджуваного сигналу будуть відсутні фазові спотворення. Фур'є-об'єктив переносить спектр просторових частот сигналу з певною інформацією з нескінченості в фокальну площину, де він представляється у вигляді розподілу амплітуди поля (рис. 2.17).

У статті [47] були отримані вирази аберацій третього порядку для дифракційної лінзи в параксіальній області, у якої апертурна діафрагма розташована в передній фокальній площині лінзи, тобто $t = -f$ (рис. 2.18):

$$S_I^* = \frac{y^4}{f^3}; \quad (2.112)$$

$$S_{II}^* = S_{III}^* = S_{IV}^* = 0; \quad (2.113)$$

$$S_V^* = y\omega^3, \quad (2.114)$$

де y – висота маргінального променя на поверхні лінзи; f – фокусна відстань дифракційної лінзи; ω – кут між оптичною віссю та головним променем, що проходить через центр вхідної зіниці.

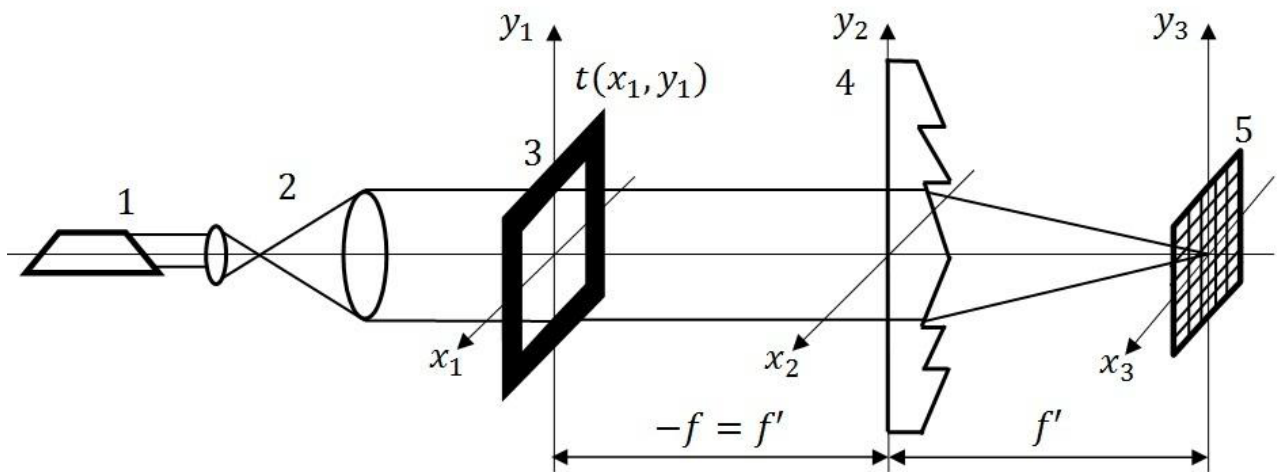


Рисунок 2.17. Схема побудови КОС на основі дифракційної лінзи: 1– лазер; 2– телескопічна система; 3– вхідний транспарант прямокутної форми; 4– фур'є-об'єктив (дифракційна лінза); 5– ПЗЗ-матриця

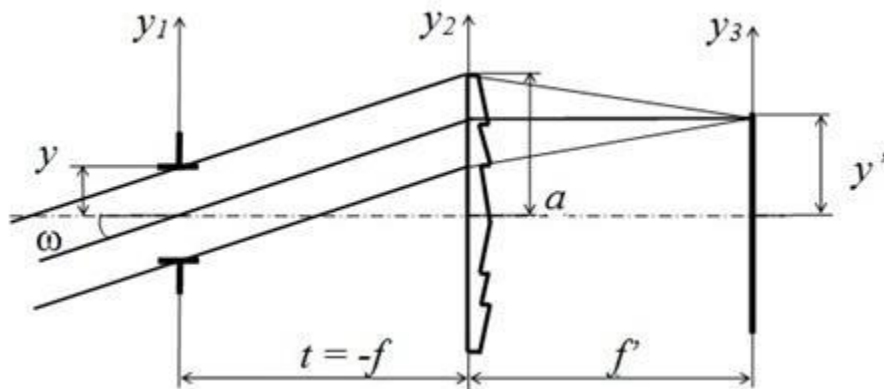


Рисунок 2.18. Схема проходження головного променя в системі

Рівняння (2.113) показують, що для такої системи польові аберації кома, астигматизм і кривизна поля дорівнюють нулю. Це дає можливість створювати зображення незмінної якості по всьому полю зору. Така окрема дифракційна лінза (ДЛ) є ізопланарною і формує плоске зображення на відміну від традиційних об'єктивів. Це є важливим для оптичних систем, що працюють з плоскими матричними приймачами випромінювання, або виконують двовимірне перетворення Фур'є в когерентних системах обробки інформації. Проте залишаються не виправленими сферична аберация та дисторсія.

Залишкова сферична аберация третього порядку визначається максимально допустимим діаметром апертурної діафрагми для даної оптичної системи. Система буде практично вільна від сферичної аберации при розташуванні фокальної площини в «найкращому» положенні, відмінному від положення фокальної площини в ідеальній системі. Число Штреля, що відповідає такому положенню фокальної площини дорівнює 0,95 [48]. Якщо допустиме значення сферичної аберации $0,95\lambda$, то діаметр апертурної діафрагми за критерієм Марешаля, повинен задовольняти умові:

$$D_p = 2y \leq 2\sqrt[4]{7,6f^3\lambda}. \quad (2.115)$$

Якщо в оптичній системі відсутня дисторсія, то справедливе співвідношення $y = f \sin\theta$, а точніше $y = f \operatorname{tg}\theta$ (рис. 2.19). Це забезпечує лінійне перетворення усіх просторових частот об'єкта. За таких умов поперечна аберация третього порядку визначається як

$$\Delta y = f \sin\theta - f \operatorname{tg}\theta \approx f \left[\left(\theta - \frac{1}{6}\theta^3 + \dots \right) - \left(\theta + \frac{1}{3}\theta^3 + \dots \right) \right] = -\frac{1}{2}f\theta^3. \quad (2.116)$$

З точки зору поперечних абераций третього порядку дисторсія визначається як

$$\Delta y = \sigma_5 h^3, \quad (2.117)$$

де σ_5 – коефіцієнт похибки; h – нормована висота. Взаємозв'язок між коефіцієнтом σ_5 і сумою Зейделя S_V^* визначається співвідношенням [10]:

$$\sigma_5 = \frac{S_V^*}{2n'u'}, \quad (2.118)$$

де n' і u' – показник заломлення і кут маргінального променя в просторі зображення. Таким чином, використовуючи рівняння (2.114) і (2.118) при $n' = 1$ і $u' = -y/f$ знаходимо, що

$$\sigma_5 = -\frac{1}{2}f\omega^3. \quad (2.119)$$

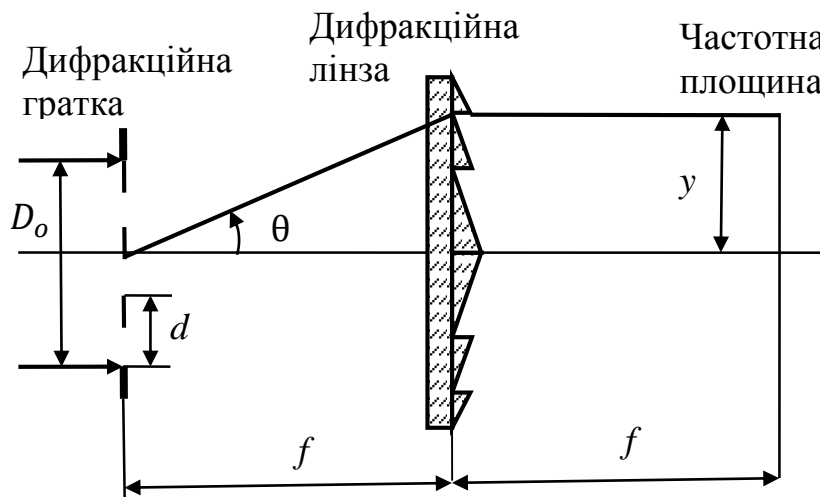


Рисунок 2.19. Оптична схема для визначення просторового розділення когерентного спектроаналізатора на основі телецентричної дифракційної лінзи

Так як $h = \theta/\theta_{max} = \theta/\omega$, то ДЛ лінза в межах аберацій третього порядку формує зображення з висотою згідно правилу $y = f \sin \theta$, що робить її ідеальною в якості фур'є-об'єктива.

Важливою характеристикою когерентного спектроаналізатора є просторова смуга пропускання SBP (Space Bandwidth Product), яка визначається числом роздільних точок, котре здатний формувати спектроаналізатор [10]. Найбільша просторова частота $\nu_{y,max} = \nu_{res}$, яку

розділяє ДЛ, визначається найбільшим кутом дифракції ґратки $\varphi_d = \theta_{max}$ (рис. 2.19). При нормальному падінні плоскої хвилі на дифракційну ґратку, яка розташована в передній фокальній площині лінзи, для першого порядку дифракції із основного рівняння ґратки маємо $d \sin \theta = \lambda$, де $d = 1/\nu_{res}$ – період дифракційної ґратки. Звідки

$$\nu_{res} = \frac{1}{d} = \frac{1}{\lambda} \sin \theta_{max}. \quad (2.120)$$

Поле зору телецентричної ДЛ обмежене діаметром лінзи D_l . Щоб уникнути він'єтування повинна виконуватись умова (рис. 2.20):

$$y + \bar{y} = y + f \operatorname{tg} \theta \leq D_l/2. \quad (2.121)$$

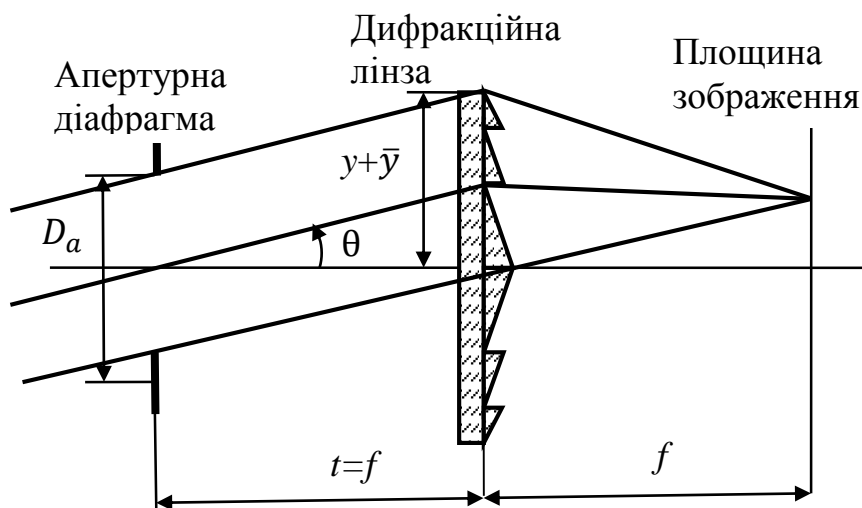


Рисунок 2.20. Схема телецентричної параксіальної ДЛ, коли апертурна діафрагма розташована в передній фокальній площині

Із останнього співвідношення знайдемо найбільше значення кута θ_{max} , при якому він'єтування в системі відсутнє:

$$\theta_{max} = \operatorname{arctg} \left(\frac{D_l}{2f} - \frac{y}{f} \right) = \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{k_l} - \frac{1}{k_s} \right) \right], \quad (2.122)$$

де $k_l = f/D_l$ і $k_s = f/2y$ – діафрагмові числа лінзи і оптичної системи.

Використовуючи формули (2.120) і (2.122), найбільша просторова частота, за якої не відбувається він'єтування, дорівнює

$$v_{res} = \frac{1}{\lambda} \sin \left\{ \arctg \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{k_l} - \frac{1}{k_s} \right) \right] \right\}. \quad (2.123)$$

Для малих кутів дифракції, коли $\sin\theta \approx \text{tg}\theta$, рівняння (2.123) спрощується

$$v_{res} = \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{1}{k_l} - \frac{1}{k_s} \right). \quad (2.124)$$

Таким чином, для одновимірного випадку ширина смуги пропускання просторових частот для малих кутів дифракції визначається за формулою

$$SBP = 2yv_{res} = \frac{y}{\lambda} \left(\frac{1}{k_l} - \frac{1}{k_s} \right), \quad (2.125)$$

де y – задовольняє умові (2.121). Наприклад, якщо $f = 250$ мм, $\lambda = 657,6$ нм, $k_l = 3$ і $k_s = 8,3$ (тобто $y = 15$ мм), $SBP = 4855$. Для порівняння, кращий шестилінзовий фур'є-об'єктив фірми Matsui має просторове розділення 5200.

Із формули (2.125) випливає, що збільшити ширину смуги пропускання SBP можна за рахунок збільшення розміру об'єкта y . Однак збільшення розміру об'єкта, тобто зменшення діафрагмового числа системи $k_s = f/2y$, призводить до зменшення кута θ_{max} , тобто до зменшення просторового розділення v_{res} згідно формули (2.120). Таким чином, можна знайти діаметр апертурної діафрагми, який забезпечує максимальну смугу пропускання SBP . З урахуванням того, що $k_s = f/2y$, запишемо функцію (2.125) у вигляді

$$SBP = \frac{y}{\lambda} \left(\frac{1}{k_l} - \frac{2y}{f} \right). \quad (2.126)$$

Максимальне значення функції $SBP(y)$ знаходимо із рівняння $d[SBP(y)]/dy = 0$. Звідси маємо

$$k_s = \frac{f}{2y} = 2k_l, \text{ або } 2D_a = D_l. \quad (2.127)$$

Таким чином, максимум просторової смуги пропускання наступає тоді, коли діаметр апертурної діафрагми дорівнює половині діаметра діаметру лінзи.

До цього часу ми припускали, що ДЛ пропускає когерентне світло з довжиною хвилі λ_0 , коли її дифракційна ефективність максимальна. Однак, кому і астигматизм можна вилучити для будь-якої довжини хвилі λ , розташувавши апертурну діафрагму на відстані

$$t(\lambda) = \frac{\lambda_0}{\lambda} f. \quad (2.128)$$

При цьому положення фокальної площини також залежить від довжини хвилі. Таким чином, одиночну ДЛ можна використовувати в системі з декількома лазерними джерелами випромінювання. Дифракційна ефективність такої системи буде більшою за 80% за умови $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} > 0,5$.

2.9. Приклади проектування КОС

2.9.1. Розрахунок узагальнених характеристик

В цьому підрозділі розраховуються граничні просторові частоти, просторова спектральна роздільна здатність та наведено енергетичний розрахунок КОС, в якому вхідний транспарант знаходиться на відстані f перед фур'є-об'єктивом. Система складається з джерела випромінювання – лазера, вхідного транспаранта – квадратний отвір, фур'є-об'єктива та приймача випромінювання. Нижче наведені їх характеристики.

Вихідні дані для розрахунку:

- параметри лазера: довжина хвилі $\lambda = 635 \text{ нм}$, потужність $\Phi = 4.5 \text{ мВт}$;
- параметри фур'є-об'єктива: діаметр вхідної зіниці $D_p = 36 \text{ мм}$, фокусна відстань $f = 100 \text{ мм}$, відносний отвір $D_p/f = 1/2,8$, коефіцієнт пропускання на довжині хвилі $\lambda = 635 \text{ нм}$ $\tau = 0.8$.

- розмір вхідного транспаранта $a \times b = 25 \times 25 \text{ мм}^2$;
- еталонний вхідний сигнал – квадратний отвір розміром $0,1 \times 0,1 \text{ мм}^2$;
- параметри ПЗЗ-матриці: розмір пікселя $V_D \times W_D = 14 \times 14 \text{ мкм}^2$; час накопичення $T_i = 33 \text{ мс}$; напруга шумового сигналу $U_N = 200 \text{ мкВ}$; чутливість на довжині хвилі 635 нм $R_D = 6 \text{ В} \cdot \text{см}^2 / \text{мкДж}$.

Для знаходження робочого діапазону просторових частот знайдемо граничні просторові частоти, які розраховуються за формулами (2.6).

$$\nu_{x,max1} = \frac{36-25}{2 \cdot 633 \cdot 10^{-6} \cdot 100} = 86,6 \text{ мм}^{-1};$$

$$\nu_{x,max2} = \frac{36+25}{2 \cdot 633 \cdot 10^{-6} \cdot 100} = 480,3 \text{ мм}^{-1}.$$

Таким чином, в діапазоні просторових частот від 0 до $86,6 \text{ мм}^{-1}$ віньетування в системі відсутнє, а в межах від $86,6 \text{ мм}^{-1}$ до $480,3$ – змінюється від 1 до 0. За межами частоти $480,3 \text{ мм}^{-1}$ сигнал буде відсутній.

Просторову смугу пропускання знаходимо за формулою (2.8):

$$SBP = \frac{25}{635 \cdot 10^{-6}} \sin \left(\arctg \frac{50-25}{2 \cdot 160} \right) = 3066.$$

За формулою (2.10) знайдемо просторову спектральну роздільну здатність:

$$\Delta \nu_x = \frac{2 \cdot 14 \cdot 10^{-3}}{635 \cdot 10^{-6} \cdot 100} = 0,44 \text{ мм}^{-1}.$$

Алгоритм розрахунку відношення сигнал/шум наступний:

1. Розраховуємо за відомими методиками освітленість транспаранта:

$$E_0 = \frac{\Phi}{A_{tp}} k_e = \frac{4,5 \cdot 10^{-3}}{26 \cdot 26 \cdot 10^{-6}} 0,5 = 3,33 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2},$$

де $k_e = 0,5$ – коефіцієнт ефективності освітлювальної системи КОС, яка забезпечує рівномірність освітлення вхідного транспаранту; A_{tp} – площа вхідного транспаранта.

2. За формулою (2.18) знаходимо освітленість ПЗЗ-матриці в області, де знаходиться частота Найквіста уздовж координати x_3 :

$$E(x_{3N}, 0) = 0,8 \cdot 3,33 \left(\frac{0,1 \cdot 0,1}{635 \cdot 10^{-6} \cdot 160} \right)^2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 = 1,05 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

3. За формулою (2.19) знаходимо експозицію:

$$H = 1,05 \cdot 10^{-2} \cdot 33 \cdot 10^{-3} = 3,46 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}.$$

4. За формулою (2.20) розраховуємо величину сигналу на виході ПЗЗ-матриці:

$$u_s = 600 \cdot 3,46 \cdot 10^{-4} = 0,21 \text{ В}.$$

5. Тоді відношення сигнал/шум дорівнює:

$$SNR = \frac{0,21}{200 \cdot 10^{-6}} = 1050.$$

Таким чином, для фур'є-об'єктива з фокусною відстанню 100 мм та вхідним транспарантом розміром 25×25 мм² граничні просторові частоти дорівнюють значенням $86,6$ мм⁻¹ та $480,3$ мм⁻¹, просторова спектральна роздільна здатність дорівнює $0,44$ мм⁻¹, а відношення сигнал/шум – 1050.

2.9.2. Розрахунок граничних характеристик

Розглянемо приклад розрахунку граничних характеристик КОС, що використовує гелій-неоновий лазер з довжиною хвилі випромінювання $\lambda = 632,8$ нм і дифракційно обмежений фур'є-об'єктив з фокусною відстанню $f = 100$ мм. В задній фокальній площині об'єктива встановлена камера з ПЗЗ-матрицею формату 4000×2624 , яка має пікселі розміром $V_D \times W_D = 5,9 \times 5,9$ мкм. Розмір чутливої площадки матриці $23,6 \times 15,5$ мм. Вхідний транспарант діаметром $2R_o = 25$ мм розташований в передній фокальній площині об'єктива.

Для знаходження обмеження, що обумовлено явищем дифракції на вхідній апертурі транспаранта, скористаємось формулою (2.108):

$$\Delta v_{x0} = \frac{1,22}{25} = 0,049 \text{ мм}^{-1}.$$

Обмеження за рахунок матричної структури приймача випромінювання розраховується за виразом (2.109)

$$\Delta\nu_{xD} = \frac{2,5,9 \cdot 10^{-3}}{632,8 \cdot 10^{-6} \cdot 100} = 0,15 \text{ мм}^{-1}.$$

Для узгодження ПЗЗ-матриці з оптичною системою за виразом (2.84) знайдемо розмір чутливої площадки приймача випромінювання:

$$V_D = 0,305 \frac{0,6328 \cdot 100}{12,5} = 1,5 \text{ мкм}.$$

Отже, для узгодження основних компонентів когерентного спектроаналізатора, при розмірі вхідного транспаранта 25 мм, необхідно вибрати матричний приймач з розміром пікселя 1,5 мкм. ПЗЗ-матриця з малим розміром пікселя в основному зустрічається в цифрових камерах, які мають великий формат матриці.

Просторову смугу пропускання такої системи для одновимірного випадку визначимо за формулою (2.111), яку представимо у вигляді

$$SBP = \nu_x \cdot 2R_o = \frac{X_D}{\lambda f} 2R_o = \frac{23,6}{632,8 \cdot 10^{-6} \cdot 100} 25 = 9325,$$

де X_D – розмір матриці.

2.9.3. Розрахунок смуги пропускання КОС з дифракційною лінзою

Знайдемо ширину смуги пропускання КОС, в якому в якості фур'є-об'єктива використовується дифракційна лінза з фокусною відстанню 220 мм.

Вихідні дані для розрахунку смуги SBP такі:

- параметри лазера: довжина хвилі $\lambda = 632,8$ нм;
- параметри фур'є-об'єктива: діаметр вхідної зіниці $D_l = 78,6$ мм, фокусна відстань $f = 220$ мм; діафрагмове число об'єктива $k_l = 2,8$;
- розмір вхідного транспаранта $a \times b = 25 \times 25$ мм²;
- діафрагмове число оптичної системи $k_s = 6,2$.

Підставляючи вихідні дані до формулу (2.125), отримаємо ширину просторової смуги пропускання SBP :

$$SBP = \frac{35,5}{2 \cdot 632,8 \cdot 10^{-6}} \left(\frac{1}{2,8} - \frac{1}{6,2} \right) = 5494.$$

За формулою (2.127) розрахуємо розміри вхідного транспаранта, при якому смуга SBP буде максимальною:

$$D_a = \frac{D_l}{2} = \frac{78,6}{2} = 39,3 \text{ мм.}$$

Звідси діафрагмове число оптичної системи буде дорівнювати:

$$k_s = \frac{f}{D_a} = 5,6.$$

Тоді підставляючи значення у вираз (2.125), отримаємо:

$$SBP = \frac{39,3}{2 \cdot 632,8 \cdot 10^{-6}} \left(\frac{1}{2,8} - \frac{1}{5,6} \right) = 5545.$$

Таким чином, за допомогою дифракційної лінзи з фокусною відстанню 220 мм можна досягнути максимальної ширини смуги пропускання рівної 5545.

2.10. Похибки складання та юстирування КОС

2.10.1. Первинні похибки складання оптичних систем

Для розв'язання різноманітних метрологічних задач застосовують когерентні оптичні спектроаналізатори [2]. Однією з основних вимог до оптичної системи таких аналізаторів є точність юстирування оптичних компонентів. Це обумовлено залежністю похибок просторових і енергетичних параметрів дифракційного зображення об'єкта від похибок складання та юстирування оптичної системи. До цього часу питанням точності КОС не надавали достатньої уваги, тому дослідимо взаємозв'язок між похибками, які виникають під час юстирування компонентів оптичної системи КОС, і похибками дифракційного зображення.

Як об'єкт дослідження оберемо оптичну систему аналізатора, до складу якої входить транспарант, розміщений перед фур'є-об'єктивом. Аналіз поширення когерентної світлової хвилі в такому КОС було розглянуто в підрозділі 1.3. На основі цього аналізу можна виділити

похибки, які виникають під час поздовжнього дефокусування, поперечного децентрування і перекосів компонентів системи (рис. 2.21), які призводять до похибок амплітуди, фази і просторової частоти світлового поля дифракційного зображення.

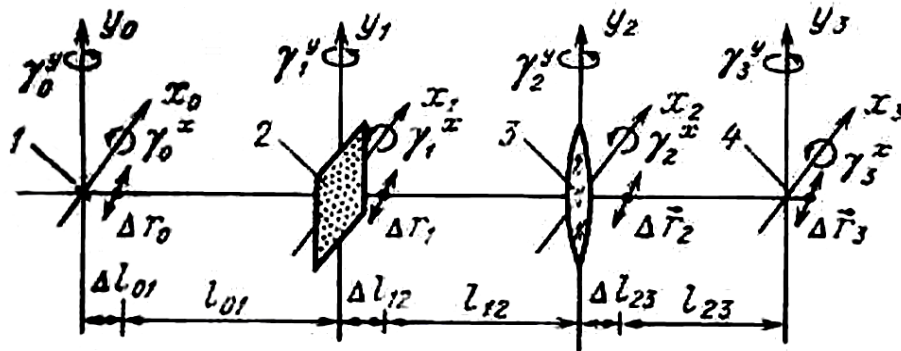


Рисунок 2.21. Похибки юстирування компонентів оптичної системи КОС: 1 – джерело випромінювання (лазер); 2 – вхідний транспарант (досліджуваний об’єкт); 3 – фур’є-об’єктив; 4 – площина спектрального аналізу; $\Delta l_{i,i+1}$ – поздовжнє дефокусування базової відстані $l_{i,i+1}$; $\Delta \vec{r}_i$ – вектор поперечних децентрувань i -го компонента, $\Delta \vec{r}_i = \Delta \vec{x}_i + \Delta \vec{y}_i$; γ_i – кутові перекози i -го компонента навколо осей x_i і y_i

Похибки юстирування компонентів оптичної системи КОС є первинними по відношенню до похибок дифракційного зображення. Вони зазвичай набагато менші порівняно з відповідними базовими розмірами, що дозволяє використовувати для досліджень методи лінійної теорії точності. Як еталонний об’єкт обрано прямокутну щілину розміром $a \times b$, яка порівняно з іншими об’єктами найбільш точно і легко відтворюється, а її функція пропускання $t_o(x_1, y_1)$ описується функцією

$$t_{op}(x_1, y_1) = \begin{cases} 1, & \text{коли } |x_1| \leq \frac{a}{2}, |y_1| \leq \frac{b}{2}; \\ 0 & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (2.129)$$

Під час реєстрації дифракційного зображення приймачами випромінювання аналізуються його енергетичні та просторові характеристики, тому розглядатимемо похибки саме цих параметрів,

тобто амплітудну й частотну похибки.

У підрозділі 1.3 було отримано вираз (1.18), який описує розподіл світлового поля в довільній площині за фур'є-об'єктивом, яке в одновимірному випадку (для гомоцентричної оптичної системи) можна записати у вигляді

$$V(x_3) = -\frac{2\pi V_0 c_{03}}{jk\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)} \exp\left\{jk\left[\frac{1}{2l_{23}} - \frac{1}{2l_{23}^2\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}\right]x_3^2\right\} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} t_o(x_1) \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda l_{12}l_{23}\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}x_3x_1\right] dx_1. \quad (2.130)$$

Підставимо функцію (2.129) у вираз (2.130). Після розрахунку інтеграла розподіл інтенсивності світла у площині аналізу КОС буде описуватися функцією

$$I(x_3) = |V(x_3)|^2 = \left[\frac{V_0 a}{\lambda^2 l_{01}l_{12}l_{23}\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}\right]^2 \operatorname{sinc}^2\left[\frac{ax_3}{\lambda l_{12}l_{23}\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}\right]. \quad (2.131)$$

Запишемо вираз (2.131) як функцію просторової частоти, яку знаходять за формулою (1.19):

$$E(v_x) = \left[\frac{V_0 a}{\lambda^2 l_{01}l_{12}l_{23}\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}\right]^2 \operatorname{sinc}^2(av_x). \quad (2.132)$$

Інтенсивність і положення m -го максимуму дифракційного зображення щілини (2.103) визначається екстремумами функції $\operatorname{sinc}^2(av_x)$, тому інтенсивність (освітленість) m -го максимуму буде визначатись за формулою

$$E_m \approx \left[\frac{V_0 a}{\lambda^2 l_{01}l_{12}l_{23}\left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}\right]^2 \frac{4}{\pi^2(2m+1)^2}. \quad (2.133)$$

Отже, інтенсивність m -го максимуму залежить від його порядкового номера m і геометричних параметрів оптичної системи.

2.10.2. Похибки інтенсивності та просторової частоти

Похибки інтенсивності та просторової частоти під час юстирування оптичної системи вздовж оптичної осі будемо шукати у вигляді суми повних і кінцевих приростів:

$$\Delta E_m = \frac{\partial E_m}{\partial l_{01}} \Delta l_{01} + \frac{\partial E_m}{\partial l_{12}} \Delta l_{12} + \frac{\partial E_m}{\partial l_{23}} \Delta l_{23}; \quad (2.134)$$

$$\Delta \nu_x = \frac{\partial \nu_x}{\partial l_{01}} \Delta l_{01} + \frac{\partial \nu_x}{\partial l_{12}} \Delta l_{12} + \frac{\partial \nu_x}{\partial l_{23}} \Delta l_{23}. \quad (2.135)$$

Підставивши вирази (2.134) і (2.135) до функцій (2.133) та (1.19) відповідно і виконавши диференціювання, отримаємо:

$$\Delta E_m = -\frac{2E_m}{l_{01}} \Delta l_{01} + \frac{2E_m}{l_{01}} \Delta l_{12} - \frac{2E_m}{l_{01}f^2} (f - l_{12})(l_{01} + l_{12} - f) \Delta l_{23}; \quad (2.136)$$

$$\Delta \nu_x = \frac{\nu_x}{l_{01}} \Delta l_{12} + \frac{\nu_x}{l_{01}f^2} (f - l_{12})(l_{01} + l_{12} - f) \Delta l_{23}. \quad (2.137)$$

Введемо відносні похибки інтенсивності $\delta E_m = \Delta E_m / E_m$ і просторової частоти $\delta \nu_x = \Delta \nu_x / \nu_x$. Тоді вирази (2.136) і (2.137) можна подати у вигляді

$$\delta E_m = k_{E01} \Delta l_{01} + k_{E12} \Delta l_{12} + k_{E23} \Delta l_{23}, \quad (2.138)$$

де k_{E01} , k_{E12} , k_{E23} – відносні функції впливу відповідних похибок юстирування при визначені похибки інтенсивності, $k_{E01} = -\frac{2}{l_{01}}$,

$$k_{E12} = \frac{2}{l_{01}}, k_{E23} = -\frac{2}{l_{01}f^2} (f - l_{12})(l_{01} + l_{12} - f);$$

$$\delta \nu_x = k_{\nu_x12} \Delta l_{12} + k_{\nu_x23} \Delta l_{23}, \quad (2.139)$$

де k_{ν_x12} , k_{ν_x23} – відносні функції впливу відповідних похибок юстирування при визначені похибки просторової частоти, $k_{\nu_x12} = \frac{1}{l_{01}}$,

$$k_{\nu_x23} = \frac{(f-l_{12})(l_{01}+l_{12}-f)}{l_{01}f^2}.$$

Відповідні функції впливу занесемо до таблиці (табл. 2.1).

Як видно із виразу (2.138), функції k_{E01} і k_{E12} не залежать від фокусної відстані об'єктива f і відстані l_{12} , а визначаються лише радіусом кривизни

l_{01} хвильового фронту хвилі, яка освітлює вхідний транспарант. Пояснюється це тим, що зі зміною радіуса l_{01} на малу величину Δl_{01} змінюється величина світлового потоку, який падає на вхідний транспарант, а отже, і його освітленість, оскільки вона пропорційна величині світлового потоку в тілесному куті, основою якого є вхідний транспарант, а вершиною – точкове джерело випромінювання. Для зменшення впливу похибок Δl_{01} і Δl_{12} на похибку інтенсивності δE_m необхідно збільшувати l_{01} .

Таблиця 2.1

Функції впливу похибок юстирування під час вимірювання інтенсивності і просторової частоти КОС, коли вхідний транспарант міститься перед об’єктивом

Похибка	Параметр									
	Δl_{01}	Δl_{12}	Δl_{23}	Δx_0	Δx_1	Δx_2	Δx_3	$\Delta \gamma_0$	$\Delta \gamma_1$	$\Delta \gamma_2$
δE_m	$\frac{2}{l_{01}}$	$\frac{2}{l_{01}}$	$\frac{2(f - l_{12})(l_{01} + l_{12})}{l_{01}f^2}$	0	0	0	0	0	0	0
δv_x	0	$\frac{1}{l_{01}}$	$\frac{(f - l_{12})(l_{01} + l_{12} - f)}{l_{01}f^2}$	$\frac{1}{\lambda l_{01}}$	0	$\frac{l_{01} + l_1}{\lambda f l_{01}}$	$\frac{l_{01} + l_{12}}{\lambda f l_{01}}$	0	0	$\frac{l_{01} + l_{12}}{\lambda l_{01}}$

Функція k_{E23} визначається параметрами l_{01} , l_{12} і f , вибором співвідношень, між якими можна зменшити вплив похибки Δl_{23} на похибку інтенсивності δE_m . Наприклад, $k_{E23} = 0$, коли $l_{12} = f$, або $l_{01} + l_{12} = f$. Перша умова відповідає розміщенню вхідного транспаранта в передній фокальній площині фур’є-об’єктива. Пояснити це можна тим, що за такого положення вхідного транспаранта сферичні хвилі перетворюються фур’є-об’єктивом у плоскі, тому малі зміщення Δl_{23} не впливають на освітленість у площині фокусування дифракційного зображення. Друга умова відповідає розміщенню точкового джерела випромінювання в передній фокальній площині фур’є-об’єктива, при цьому згідно з виразом (1.16) $l_{23} \rightarrow \infty$, що не виконується на практиці.

Отже, за $l_{23} \rightarrow \infty$ і $l_{12} = f$ функція впливу первісних похибок Δl_{01} і

Δl_{12} на похибку інтенсивності δE_m , а також відповідні функції впливу на частотну похибку $\delta \nu_x$ обертаються в нуль, тому таке співвідношення геометричних параметрів оптичної системи КОС є оптимальним.

Розглянемо вплив поперечних зміщень (децентрування) компонентів оптичної системи КОС Δx_i на розподіл просторово-енергетичних параметрів дифракційного зображення. Оскільки інтенсивність m -го максимуму дифракційного зображення щілини згідно з (2.133) не залежать від координат x_i , то відповідні малі зміщення Δx_i не впливають на розподілення інтенсивності світлового потоку в площині спектрального аналізу $x_3 y_3$.

Для визначення частотної похибки $\Delta \nu_x$ залежно від поперечних зміщень Δx_i компонентів оптичної системи введемо ці зміщення до виразу (2.130). Враховуючи гомоцентричність оптичної системи, просторову частоту ν_x (1.19) дифракційного зображення щілини у площині спектрального аналізу $x_3 y_3$ можна подати у вигляді

$$\nu_x = -\frac{\Delta x_0}{\lambda l_{01}} + \frac{\Delta x_2}{\lambda l_{12} f \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f} \right)} + \frac{x_3}{\lambda l_{12} l_{23} \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f} \right)}. \quad (2.140)$$

Оскільки Δx_0 і Δx_2 є малими величинами порівняно з геометричними розмірами оптичної системи і входять до виразу (2.140) у першому степені, коефіцієнти при них є відповідними функціями впливу. Після диференціювання (2.140) за x_3 отримуємо функцію впливу поперечного зміщення Δx_3 . Тоді похибка частоти $\Delta \nu_x$ дифракційного зображення залежно від поперечних зміщень Δx_i з урахуванням співвідношення (1.16) становитиме

$$\Delta \nu_x = -\frac{1}{\lambda l_{01}} \Delta x_0 + \frac{l_{01} + l_{12}}{\lambda f l_{01}} \Delta x_2 + \frac{l_{01} + l_{12} - f}{\lambda f l_{01}} \Delta x_3. \quad (2.141)$$

Функція $k_{\nu_x \Delta x_0}$ визначається тільки довжиною хвилі λ і радіусом хвильового фронту l_{01} хвилі, що освітлює вхідний транспарант. Для плоскої хвилі $l_{01} \rightarrow \infty$, а $k_{\nu_x \Delta x_0} \rightarrow 0$. Це пояснюється тим, що лише для плоскої

хвилі розподіл освітленості рівномірний за апертурою вхідного транспаранта, внаслідок чого зміщення Δx_0 не спотворює розподілення світлового поля у площині спектрального аналізу $x_3 y_3$.

Функція $k_{\nu_x \Delta x_1}$ залежить від параметрів l_{01} та l_{12} і дорівнює нулю, коли $l_{01} + l_{12} = 0$, при цьому $l_{12} = 0$, тобто усі компоненти оптичної системи розміщені у вхідній площині, що фізично неможливо. Зі збільшенням l_{12} функція $k_{\nu_x \Delta x_1}$ зростає, а зі збільшенням l_{01} прямує до $\frac{1}{\lambda f}$. Функція $k_{\nu_x \Delta x_2}$ також лінійно залежить від l_{12} , а за $l_{12} = f$ не залежить від l_{01} і прямує до $\frac{1}{\lambda f}$.

Отже, похибка частоти $\Delta \nu_x$ унаслідок поперечних зміщень (децентрування) Δx_i компонентів оптичної системи КОС не може бути скомпенсованою лише вибором геометричних розмірів оптичної системи. Фізично вона виражає лінійне зміщення всього дифракційного зображення незалежно від просторових частот у площині спектрального аналізу. Крім того, згідно з виразом (2.141) похибка $\Delta \nu_x$ не залежить від частоти ν_x і тому спотворення масштабу не відбувається. Для усунення впливу зміщення дифракційного зображення на вимірювання спектра потрібно за центр системи координат площини спектрального аналізу вибрати положення нульового максимуму дифракційного зображення.

Розглянемо вплив перекосів γ_i компонентів оптичної системи на похибки дифракційного зображення. Оскільки джерело випромінювання точкове, поворот його на кут γ_0 у площині $x_0 y_0$ не впливає на розподіл світлового поля у площині спектрального аналізу $x_3 y_3$, а тому $k_{E\gamma_0} = 0$ і $k_{\nu_x \gamma_0} = 0$. Поворот еталонного об'єкта (щілини) навколо осі y_1 на кут γ_1 призводить до зміни його функції пропускання (2.131):

$$t_{op}(x_1) = \begin{cases} 1, & \text{коли } |x_1| \leq \frac{a}{2\cos\gamma_1}; \\ 0 & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (2.142)$$

Підставимо функцію (2.142) до виразу (2.133), тоді інтенсивність m -го максимуму дифракційного зображення описується виразом

$$E_m \approx \left[\frac{V_0 a}{\lambda^2 l_{01} l_{12} l_{23} \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f} \right)} \right]^2 \frac{4}{\pi^2 (2m+1)^2 \cos^2 \gamma_1}, \quad (2.143)$$

а просторова частота ν_x у площині спектрального аналізу $x_3 y_3$ – виразом

$$\nu_x = \frac{\cos \gamma_1}{\lambda l_{12} l_{23} \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f} \right)} x_3. \quad (2.144)$$

Після диференціювання функцій (2.143) і (2.144) за кутом γ_1 отримаємо:

$$\frac{\partial E_m}{\partial \gamma_1} = \left[\frac{V_0 a}{\lambda^2 l_{01} l_{12} l_{23} \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f} \right)} \right]^2 \frac{4}{\pi^2 (2m+1)^2} \frac{2 \sin \gamma_1}{\cos^2 \gamma_1}, \quad (2.145)$$

$$\frac{\partial \nu_x}{\partial \gamma_1} = - \frac{\sin \gamma_1}{\lambda l_{12} l_{23} \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f} \right)} x_3. \quad (2.146)$$

Оскільки $\frac{\partial E_m}{\partial \gamma_1} \Delta \gamma_1$ і $\frac{\partial \nu_x}{\partial \gamma_1} \Delta \gamma_1$ є першими членами розкладу функцій $E_m(\gamma_1)$ і $\nu_x(\gamma_1)$ відповідно в ряд Тейлора поблизу точки $\gamma_1 = 0$, то, підставивши це значення кута до виразів (2.133) і (1.19), отримаємо, що $k_{E\gamma_1} = 0$ і $k_{\nu_x \gamma_1} = 0$ (у межах лінійної теорії точності).

Поворот фур'є-об'єктива на кут γ_2 у площині $x_2 y_2$ еквівалентний падінню на нього похилої плоскої світлової хвилі, розподіл комплексної амплітуди поля якої у площині $x_2 y_2$ визначається функцією

$$V(x_2) = V_0 \exp(-jkx_2 \operatorname{tg} \gamma_2). \quad (2.147)$$

За умови (2.147) амплітудний коефіцієнт пропускання об'єктива описується функцією

$$t_l(x_2) = \exp \left[-jk \left(\frac{x_2^2}{2f} - x_2 \operatorname{tg} \gamma_2 \right) \right]. \quad (2.148)$$

Підставивши функцію (2.148) до співвідношення (1.41) замість

$\exp\left(-jk\frac{x_2^2}{2f}\right)$, знайдемо, що просторова частота v_x дифракційного зображення у площині спектрального аналізу описується виразом

$$v_x = \frac{x_3}{\lambda l_{12} l_{23} \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)} + \frac{\text{tg}\gamma_2}{\lambda l_{12} \left(\frac{1}{l_{12}} + \frac{1}{l_{23}} - \frac{1}{f}\right)}. \quad (2.149)$$

Для знаходження функції впливу $k_{v_x \gamma_2}$ продиференціюємо вираз (2.149) за γ_2 з урахуванням умови (1.16) $k_{v_x \gamma_2} = \frac{\partial v_x}{\partial \gamma_2} = \frac{l_{01} + l_{12}}{\lambda l_{01}}$.

Отже, похибка частоти Δv_x внаслідок перекосу фур'є-об'єктива на кут $\Delta \gamma_2$ є сталою і проявляється у зсуві дифракційного зображення на величину $\frac{l_{01} + l_{12}}{\lambda l_{01}}$ без спотворення його масштабу. Якщо $l_{01} \rightarrow \infty$, то функція $k_{v_x \gamma_2} = \frac{1}{\lambda}$ не залежить від l_{12} .

Отримані в результаті досліджень функції впливу похибок юстирування КОС наведено в табл. 2.1. Аналіз цих функцій дозволяє зробити такі висновки:

1. Похибка інтенсивності ΔE_m виникає лише внаслідок поздовжніх дефокусувань $\Delta l_{i,i+1}$ компонентів оптичної системи і може бути усунена відповідним вибором її геометричних параметрів $l_{01}, l_{12}, l_{23}, f$. Ця похибка мінімальна при плоскому фронті світлової хвилі, тобто коли $l_{01} \rightarrow \infty$, а вхідний транспарант розміщений у передній фокальній площині фур'є-об'єктива, тобто $l_{12} = f$.

2. Похибка просторової частоти Δv_x за наведених вище умов залежить тільки від довжини хвилі λ випромінювання лазера і фокусної відстані f фур'є-об'єктива і зменшується зі збільшенням λ і f . Якщо $l_{01} \rightarrow \infty$ і $l_{12} = f$, то спотворення масштабу зображення немає, а похибка просторової частоти проявляється у зсуві всього зображення.

3 ЗАСТОСУВАННЯ СПЕКТРОАНАЛІЗАТОРІВ

В останні роки спостерігається бурхливий розвиток когерентної Фур'є-оптики й широке використання її досягнень для розв'язання практичних задач. Розвиток когерентної Фур'є-оптики привів до створення унікальних за своїми можливостями і продуктивністю когерентних оптичних систем обробки інформації, що відображено в монографії [49]. У наукових працях [50–52] показано, що основною функціональною одиницею багатьох таких систем є когерентний оптичний спектроаналізатор (КОС), на основі якого розроблено ряд високоточних лазерних дифракційних приладів для вимірювання товщини дроту, діаметра тонких валів і світловодів, параметрів мікродефектів поверхонь матеріалів і прозорих плівок і т.п.

3.1. Дослідження мікродефектів дзеркальних поверхонь і прозорих плівок за допомогою когерентного оптичного спектроаналізатора

Останнім часом велика увага приділяється вивченню статистичних характеристик флуктуації коефіцієнта пропускання фотографічних емульсій і коефіцієнта відбиття дзеркальних поверхонь, що знайшло відображення у працях [52,53] і [54] відповідно. Зазвичай вважають, що двовимірний випадковий процес, який характеризує флуктуації коефіцієнтів пропускання або відбиття, є ергодичним і стаціонарним, тому обмежуються дослідженням тільки середнього значення, дисперсії, автокореляційної функції та просторового спектра Вінера цих процесів. Є ряд методів вимірювання статистичних характеристик випадкових просторових процесів, в основу яких покладено оптико-електронні методи. Вони здебільшого дозволяють знайти лише одну характеристику процесу і вимагають великої кількості вимірювань і різних обчислень.

Розглянемо метод визначення просторового спектра Вінера флуктуації амплітудного коефіцієнта пропускання фототранспаранта, на якому записано просторову випадкову функцію $t_o(x_1, y_1)$. Ця функція може характеризувати гранулярність фотоемульсії, мікродефекти дзеркальної поверхні тощо. Метод дозволяє також оцінити ступінь анізотропії об'єкта.

Розглянемо схему оптичної системи для дослідження просторового спектра випадкових сигналів (рис. 3.1). Когерентний пучок світла від лазера, що працює в одномодовому режимі, через телескопічну систему 2 рівномірно освітлює транспарант 3, розміщений у передній фокальній площині об'єктива 4 з фокусною відстанню $f = 350$ мм. Відповідно до дифракційної теорії поширення когерентного монохроматичного випромінювання розподіл амплітуди світлового поля у задній фокальній площині об'єктива 4 описується виразом (1.26), який подамо у вигляді

$$V(x_3, y_3) = \frac{V_0}{j\lambda f} \iint_{-\infty}^{\infty} t_o(x_1, y_1) \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda f} (x_3 x_1 + y_3 y_1)\right] dx_1 dy_1, \quad (3.1)$$

де V_0 – амплітуда плоскої світлової хвилі, що падає на транспарант; f – фокусна відстань об'єктива; x_3, y_3 – компоненти декартової системи координат у задній фокальній площині 5 об'єктива 4; λ – довжина хвилі випромінювання лазера, $\lambda = 0,6328$ мкм. Із виразу (3.1) маємо, що функція $V(x_3, y_3)$ з точністю до множника $V_0/j\lambda f$ являє собою просторовий амплітудно-фазовий спектр функції $t_o(x_1, y_1)$ із просторовими частотами

$$v_x = \frac{x_3}{\lambda f}, \quad v_y = \frac{y_3}{\lambda f}. \quad (3.2)$$

Розподіл освітленості $E(x_3, y_3)$ у площині 5 реєструється на фотоплівці або вимірюється фотоелектричною системою, яка сканує цей розподіл вузьким полем зору. Система складається з польової діафрагми 6 діаметром 0,2 мм, фотодіода ФД-27 і мікрровольтметра В2-11 8. В сучасних КОС освітленість $E(x_3, y_3)$ реєструється за допомогою USB-

мікроскопа і комп'ютера. Оскільки освітленість $E(x_3, y_3) = |V(x_3, y_3)|^2$, то функція $E(x_3, y_3)$ пропорційна просторовому спектру Вінера $W(\nu_x, \nu_y)$ випадкової функції $t_o(x_1, y_1)$.

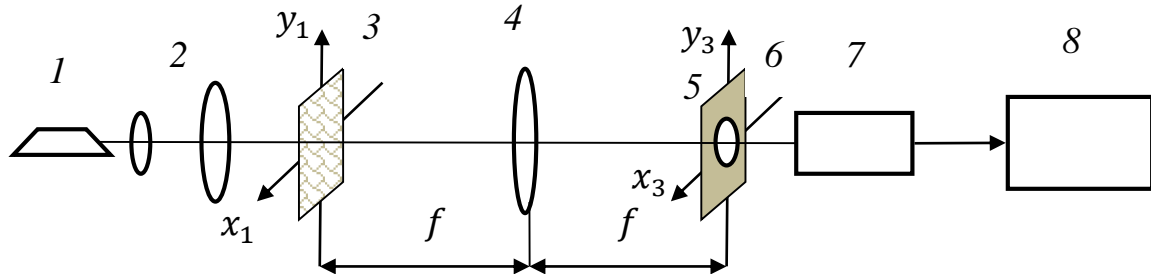


Рисунок 3.1. Оптична схема когерентного спектроаналізатора для дослідження просторових спектрів випадкових сигналів: 1 – лазер; 2 – розширювач пучка; 3 – вхідний транспарант; 4 – Фур'є-об'єктив; 5 – задня фокальна площина об'єктива; 6 – польова діафрагма; 7 – приймач випромінювання; 8 – електронний блок

За допомогою описаної установки досліджувалися різні випадкові функції $t_o(x_1, y_1)$, що являють собою найбільш характерні розподіли зернистості фотоемульсій і мікродефектів полірованих поверхонь. Фотографії деяких поверхонь з мікродефектами, які використовували для визначення спектра Вінера коефіцієнта відбиття у працях [52,54], зображено на рис. 3.2, а ізотропну модель зернистості фотоемульсії або феритової полірованої поверхні – на рис. 3.2, а. Анізотропну функцію $t_o(x_1, y_1)$ з наявністю періодичності у структурі подано на рис. 3.2, б. Математичний аналіз таких структур показує, що їх спектр Вінера також анізотропний і має максимум на просторовій частоті ν_{ym} , який залежить від середнього періоду мікродефектів у структурі, причому анізотропія більше дрібних мікродефектів відповідає розширенню спектра Вінера у перпендикулярному напрямку, а $\nu_{ym} = 1/\bar{Y}_{md}$, де \bar{Y}_{md} – середній період мікродефектів у цьому напрямку. Модель, що характеризує розподіл мікродефектів (подряпин, вкраплень, раковин і т. п.) більшості

полірованих поверхонь, зображено па рис. 3.2, в. Визначити візуально анізотропію мікроефектів такої поверхні неможливо.

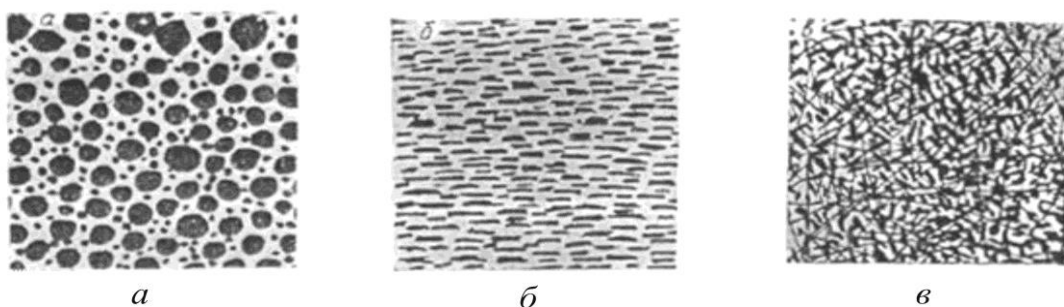


Рисунок 3.2. Статистичні моделі розподілу мікроефектів: а – зернистість фотоемулсій і феритових полірованих поверхонь; б – випадкова періодична структура мікропдряпин поверхонь; в – мікроструктура полірованих поверхонь

Просторові спектри Вінера, що зображені на рис. 3.3, отримані за допомогою описаної експериментальної установки. Нормовані розподіли освітленості $E_n(0, \nu_y)$, виміряні сканувальною вузькопольною фотоелектричною системою, подані графіками на рис. 3.4 відповідно.

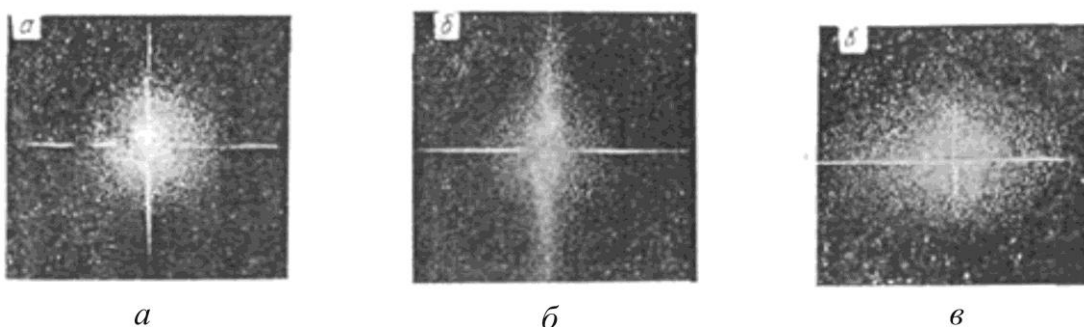


Рисунок 3.3. Просторові спектри Вінера статистичних моделей, зображених на рис. 3.3, а, б, в відповідно

Аналізуючи спектр Вінера (рис. 3.3, а) можна зазначити, що структура, яка зображена на рис. 3.2,а, є ізотропною, її спектр Вінера у статті [54] запропоновано апроксимувати виразом

$$W(\nu_r) = 2\pi\sigma^2 r_c^2 \exp(-4\pi^2 r_c^2 \nu_r^2), \quad (3.3)$$

де σ^2 – дисперсія флуктуацій коефіцієнта пропускання або відбиття; r_c – радіус кореляцій флуктуацій; ν_r – просторова частота в полярній системі координат, $\nu_r = \sqrt{\nu_x^2 + \nu_y^2}$.

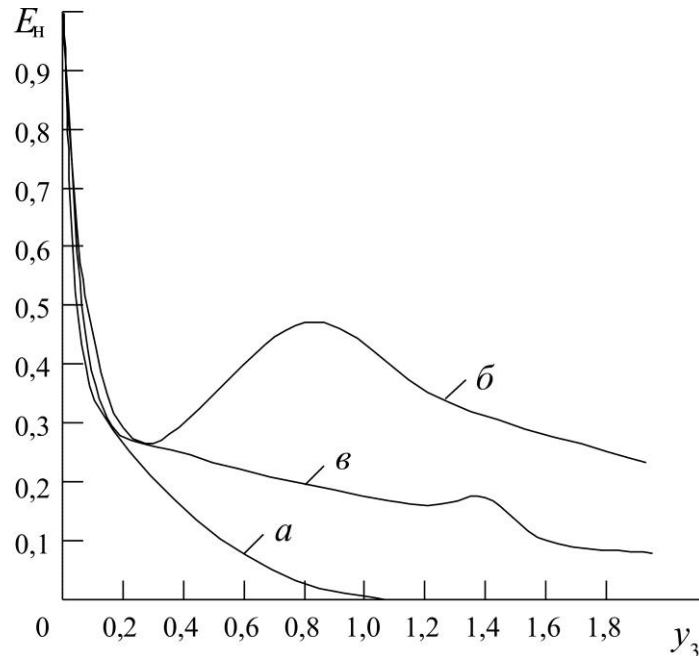


Рис. 3.4. Графіки нормованих спектрів Вінера статистичних моделей, зображених на рис. 3.2, а, б, в відповідно

Спектр Вінера, графік якого наведено на рис. 2.17, б, свідчить про анізотропію структури з наявністю максимуму в спектрі на частоті $\nu_{ym} = y_{zm}/\lambda f$, звідки середній період мікрodefektів $\bar{Y}_{md} = 1/\nu_{ym} = 0,28$ мм. Ці результати добре збігаються з даними вимірювань середніх розмірів прозорих і непрозорих ділянок уздовж осі y_1 . Виміри за допомогою мікроскопа зі збільшенням $23\times$ показали, що $\bar{Y}_{md} = 0,29$ мм.

Спектр Вінера, графік якого подано на рис. 3.4,в, свідчить про слабку анізотропію функції $t_o(x_1, y_1)$, яка зображена на рис. 3.3,в, а в самій структурі не спостерігається ніякої періодичності. Обчисливши площі під кривими на рис. 3.4, можна визначити дисперсію флуктуації у цьому перетині, тому що

$$\sigma_y^2 = ACF(0) = \int_{-\infty}^{\infty} W(0, \nu_y) d\nu_y. \quad (3.4)$$

Отже, описана методика дозволяє визначати спектр Вінера і дисперсію флуктуації коефіцієнтів відбиття або пропускання, а також ступінь анізотропії мікродефектів поверхонь, що відбивають світло, і прозорих плівок.

3.2. Визначення пористості тонких волоконних матеріалів за оптичним коефіцієнтом прозорості

Останнім часом зростає інтерес до використання волоконних матеріалів для фільтрації рідких і газових середовищ, шумопоглинання, теплоізоляції і т. п., що обумовлено їхньою здатністю повною мірою задовольняти комплекс вимог до матеріалів такого призначення [55]. Оскільки рівень властивостей пористих волоконних матеріалів нерозривно пов'язаний з параметрами їх структури: розміром пор, пористістю, геометричними розмірами й формою волокон, їхнім розподілом у матеріалі тощо, – для кожного конкретного випадку застосування цих матеріалів, особливо для роботи в екстремальних умовах, потрібна оптимізація цих параметрів. Тому практичний інтерес становить активний контроль основних характеристик структури волоконних матеріалів у процесі її формування, а також у готовому виробі.

Найпоширенішим видом напівфабрикату волоконних матеріалів є високопориста аркушева повсть (рис. 3.5). З одного або декількох шарів такої повсті прокатуванням або пресуванням і наступним зміцненням,

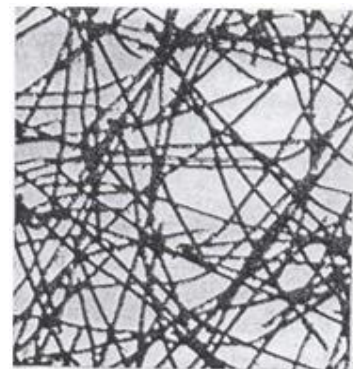


Рисунок 3.5. Структура тонкого аркуша пористого волоконного матеріалу

наприклад спіканням, отримують вироби із заданими параметрами структури і геометричною формою, що відображено у статті [56]. Отже, властивості волоконних матеріалів формуються вже на стадії отримання напівфабрикату – тонколистової повсті.

Контроль параметрів структури повсті, а також виробів із неї у вигляді тонкого аркуша, традиційними методами важко здійснити через відомі причини. Разом з тим відкриваються можливості вивчення структури таких об'єктів з використанням їх оптичних властивостей.

У цьому зв'язку доцільно застосовувати оптичні методи лазерної дифрактометрії та когерентної оптики [8,17,57], сутність яких полягає в аналізі дифракційного зображення досліджуваного об'єкта. Проаналізуємо структуру пористих волоконних матеріалів методами математичної статистики і теорії випадкових процесів та встановимо взаємозв'язок одного з основних параметрів структури – пористості з оптичним коефіцієнтом пропускання волоконних матеріалів.

Статистичну модель волоконного матеріалу обґрунтуємо на підставі складного випадкового процесу, що описується функцією $P(A)$, використовуючи матеріали монографій [58,59]. Функція $P(A)$ набуває нульових значень, якщо точка A перебуває всередині волокон, і дорівнює одиниці поза ними. Первинним при цьому вважатимемо процес розподілу геометричних центрів волокон в об'ємі матеріалу, що являє собою тривимірний рекурентний потік, тобто тривимірний потік з обмеженою післядією. Під післядією тут розуміють неможливість як завгодно близького розміщення двох і більше центрів, тобто взаємного проникнення волокон одне в одне. Якщо навіть припустити, що взаємопроникнення волокон у точках контакту все-таки можливе, однак первинний потік буде мати властивості стаціонарності й відсутності післядії. Це дозволяє віднести його до категорії стаціонарного пуассонового потоку й описати ймовірністю $P_n(V)$ попадання n центрів

у будь-який фіксований об'єм V законом Пуассона:

$$P_n(V) = \frac{(\lambda V)^n}{n!} e^{-\lambda V}, \quad (3.5)$$

де λ – щільність потоку (середня кількість центрів в одиничному об'ємі).

Пропонована модель волоконного матеріалу дозволяє визначити

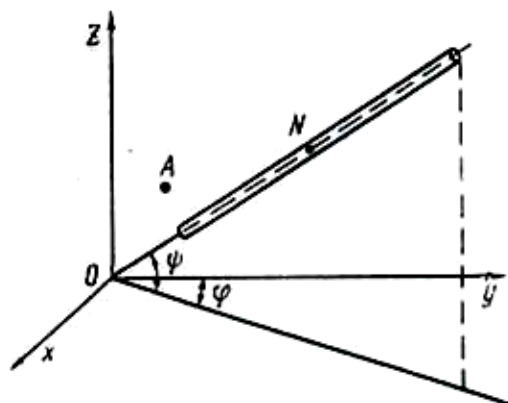


Рисунок 3.6. Пояснення до формули (3.6)

параметри його структури як статистичні характеристики процесу $P(A)$. Так, пористість матеріалу є математичним сподіванням $M[P(A)]$ процесу $P(A)$, яке дорівнює ймовірності того, що довільна точка A не перебуває усередині волокна. Якщо первинний процес задається пуассоновим потоком із законом

розподілу (3.5), математичне сподівання визначають згідно зі статтею [60] як

$$M[P(A)] = \exp \left[-\lambda \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \omega(\varphi, \psi) \int_V F(\varphi, \psi, V) dV d\varphi d\psi \right], \quad (3.6)$$

де $\omega(\varphi, \psi)$ – спільна щільність імовірності розподілу кутів φ і ψ орієнтації осей волокон (рис. 3.6); $F(\varphi, \psi, V)$ – одинично-нульова функція, рівна одиниці, якщо волокно із центром в точці N «захоплює» точку A , і нулю – в іншому випадку.

Інтеграл $\int_V F(\varphi, \psi, V) dV$ виражає об'єм тіла, утвореного геометричним місцем центрів волокна з кутами орієнтації φ і ψ , що накриває точку A . Для визначення математичного сподівання (3.6) зробимо такі припущення: волокна являють собою тіла циліндричної форми діаметром D_t і довжиною l_t ; положення й орієнтація волокон взаємно незалежні; осі волокон паралельні площині аркуша й орієнтовані в ній за законом рівної ймовірності.

За цих припущень маємо, що спільна щільність імовірності кутів φ і ψ описується функцією

$$\omega(\varphi, \psi) = \frac{1}{4\pi^2} \delta(\psi), \quad (3.7)$$

де $\delta(\psi)$ – дельта-функція, а

$$\int_V F(\varphi, \psi, V) dV = \frac{\pi D_t^2 l_t}{4}. \quad (3.8)$$

Підставивши співвідношення (3.7) і (3.8) до виразу (3.6), матимемо

$$\Theta = M[P(A)] = \exp\left[-\lambda \frac{\pi D_t^2 l_t}{4}\right]. \quad (3.9)$$

Разом з тим, пористість волоконного матеріалу залежно від щільності центрів і геометричних розмірів волокон можна подати формулою

$$\Theta = 1 - \lambda \frac{\pi D_t^2 l_t}{4}, \quad (3.10)$$

оскільки $\lambda \frac{\pi D_t^2 l_t}{4}$ – це частина одиничного об'єму матеріалу, яка заповнена волокнами, тобто відносна щільність матеріалу.

Графіки функцій (3.9) і (3.10), порівняння яких дозволяє встановити межі достовірності запропонованої моделі, зображено на рис. 3.7.

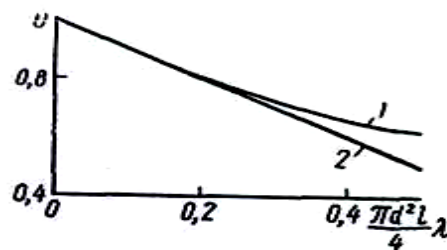


Рисунок 3.7. Залежність пористості матеріалу Θ від щільності центрів волокон λ за діаметра $D_t = 25$ мкм і довжини $l_t = 2,5$ мм волокон: 1 – модель; 2 – реальний матеріал

Оптичний коефіцієнт пропускання, що визначається як відношення частини світлового потоку, що пройшов через об'єкт, до всього потоку, містить у собі інформацію про інтегральну характеристику проекції

структури об'єкта на площину, перпендикулярну напрямку поширення світлового потоку. Цей факт можна використати для оцінювання пористості тонких аркушів волоконних матеріалів за їх коефіцієнтом пропускання. Описана вище статистична модель волоконного матеріалу дозволяє встановити функціональний взаємозв'язок його пористості та оптичного коефіцієнта пропускання у межах єдиного ймовірносно-статистичного підходу.

Оптичний коефіцієнт пропускання листового волоконного матеріалу визначимо як математичне сподівання процесу $M[T(A)]$, утвореного проекцією вихідного складеного процесу на площину, паралельну площині аркуша і перпендикулярну напрямку світлового потоку.

Розглянемо оптичну модель пористості, оснований на заданому двовимірному законі Пуассона світлового потоку із щільністю λh_t , де h_t – товщина шару матеріалу. Оскільки проекції волокон мають вигляд прямокутників довжиною l_t і шириною D_t , середній коефіцієнт пропускання визначається функцією, яка наведена у статті [60]:

$$T_t = M[T(A)] = \exp(-\lambda h_t l_t D_t). \quad (3.11)$$

З формули (3.11) видно, що коефіцієнт пропускання волоконного матеріалу T_t визначається товщиною зразка h_t , щільністю центрів волокон λ та їх геометричними розмірами l_t і D_t . Із системи рівнянь (3.10) і (3.11) отримуємо зв'язок між коефіцієнтом пропускання T_t і пористістю Θ матеріалу:

$$T_t = \exp\left[-\frac{4h_t}{\pi D_t}(1 - \Theta)\right]. \quad (3.12)$$

Графік функції $T_t(\Theta)$, побудований за формулою (3.12), зображено на рис. 3.8. Наявність однозначної функціональної залежності підтверджує можливість визначення пористості Θ через вимірювання коефіцієнта пропускання T_t . Із співвідношення (3.12) можна отримати функціональну

залежність пористості матеріалу Θ від його коефіцієнта пропускання T_t :

$$\Theta = 1 + \frac{\pi D_t}{4h_t} \ln T_t. \quad (3.13)$$

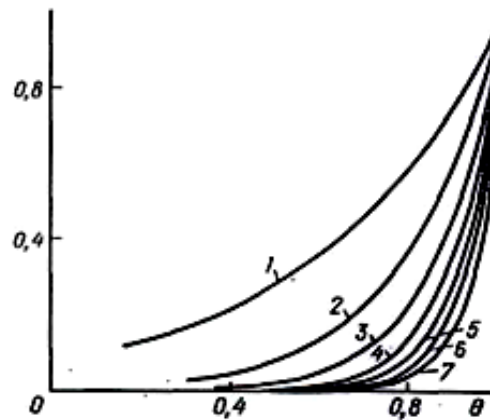


Рисунок 3.8. Залежність оптичного коефіцієнта пропускання $T_t(\Theta)$ від пористості волоконних матеріалів за діаметра $D_t = 25$ мкм і довжини $l_t = 2,5$ мм волокон для товщини зразка h_t :
 1 – 50 мкм; 2 – 100 мкм; 3 – 150 мкм; 4 – 200 мкм; 5 – 250 мкм;
 6 – 300 мкм; 7 – 350 мкм

Для розрахунку пористості матеріалу Θ за формулою (3.13) крім коефіцієнта пропускання T_t потрібно знати товщину зразка h_t і діаметр волокон D_t . Довжина волокон l_t у цю формулу не входить.

Для перевірки отриманих аналітичних залежностей експериментально вимірювалися коефіцієнти пропускання зразків, спечених з волокон неіржавійної сталі діаметром 25 мкм і довжиною 2,5 мм. Для цього використали спектрофотометр ФМ-8. Джерелом випромінювання служила лампа розжарювання. За даними вимірювань за допомогою формули (3.13) розраховували пористість зразків. Крім того, визначали середні щільності центрів волокон λ у зразках, за якими розраховували коефіцієнт пропускання T_t і пористість Θ , користуючись формулами (3.12) та (3.13). Аналіз отриманих результатів, які наведені в табл. 3.1, показує, що експериментальні дані задовільно узгоджуються з теоретичними положеннями.

Таблиця 3.1

**Результати визначення пористості тонких аркушів
волоконних матеріалів за оптичним коефіцієнтом пропускання**

Товщина h_t , мм	Щільність центрів λ , мм ⁻³	Коефіцієнт пропускання		Пористість Θ	
		Розрахунок	Експеримент	Розрахунок	Експеримент
0,2 50	59,4	0,385	0,383	0,912	0,925
0,250	63,3	0,362	0,371	0,913	0,922
0,270	149,2	0,075	0,078	0,794	0,814
0,280	151,3	0,066	0,065	0,794	0,809
0,260	181,6	0,048	0,051	0,753	0,775
0,280	181,2	0,038	0,043	0,753	0,779
0,230	286,8	0,014	0,012	0,603	0,621
0,250	317,6	0,006	0,007	0,568	0,610
0,260	319,1	0,005	0,007	0,566	0,625

Запропонована статистична модель пористого матеріалу з волокнистою структурою, з похибкою не більше 6 % за $\Theta \geq 0,7$, описує пористість Θ й оптичний коефіцієнт пропускання T_t листового волоконного матеріалу як функцію геометричних розмірів волокон: діаметра D_t і довжини l_t , товщини аркуша h_t , середньої щільності λ геометричних центрів волокон. Отримана функціональна залежність $\Theta = f(T_t, h_t)$ дозволяє визначити пористість тонких аркушів волоконного матеріалу вимірюванням його оптичного коефіцієнта пропускання (табл. 3.1).

3.3. Диференціювання спектра сигналів за допомогою КОС

Когерентні оптичні спектроаналізатори успішно застосовують у різних галузях науки й техніки, що відображено в наукових працях [1,52,61]. Однак обчислювальні властивості КОС дотепер ще мало вивчені, що обмежує їх використання для більш складних, ніж

спектральне розкладання сигналів, алгоритмів обробки. Окрім того, операційні властивості КОС залежать від виду його апаратної функції, обумовленої просторовою модуляцією світлової хвилі, яка освітлює транспарант у вхідній площині. Водночас вплив просторової модуляції світлової хвилі, що освітлює транспарант, на апаратну функцію КОС вивчено далеко не повністю, а роботи, які ведуться в цьому напрямі, зводяться, переважно, до оцінювання похибок вимірювання спектра сигналу, викликаних нерівномірністю освітленості по полю вхідного транспаранта, які розглянуто в статтях [62,63].

Розглянемо оптичну систему КОС, яка дозволяє визначати часткові похідні амплітудного спектра досліджуваного сигналу, а також можливість її застосування для підвищення роздільної здатності спектрального аналізу світлових полів. Оцінимо вплив похибок юстирування оптичної системи КОС на спотворення часткової похідної амплітудного спектра досліджуваного сигналу.

За основу візьмемо оптичну систему КОС, в якій вхідний транспарант розміщено перед об'єктивом (див. рис. 1.6), що забезпечує мінімальні спотворення просторових та енергетичних параметрів сформованого спектра сигналу. Розподіл комплексних амплітуд світлової хвилі у площині спектрального аналізу x_3y_3 такого КОС визначається формулою (1.28), яку для випадку, коли $l_{01} \rightarrow \infty$ і $l_{12} = l_{23} = f$, з точністю постійного множника можна записати у вигляді

$$V(x_3, y_3) = F\{V(x_1, y_1)t_{os}(x_1, y_1)t_{oa}(x_1, y_1)\}, \quad (3.14)$$

де $V(x_1, y_1)$ – розподіл амплітуд світлового поля у вхідній площині КОС x_1y_1 ; $t_{os}(x_1, y_1)$ – функція, яка описує досліджуваний сигнал; $t_{oa}(x_1, y_1)$ – функція, яка описує пропускання апертури вхідного транспаранта; $F\{ \}$ – оператор двовимірного перетворення Фур'є з просторовими частотами,

$$v_x = \frac{x_3}{\lambda f}; \quad v_y = \frac{y_3}{\lambda f}. \quad (3.15)$$

У спектральній області $v_x v_y$ для просторових частот (3.15) вираз (3.14) можна подати у вигляді двовимірної згортки:

$$\tilde{V}(v_x, v_y) = \tilde{t}_{os}(v_x, v_y) \otimes \otimes h_{cs}(v_x, v_y), \quad (3.16)$$

де $\tilde{t}_{os}(v_x, v_y)$ – просторовий спектр досліджуваного сигналу $t_{os}(x_1, y_1)$; $h_{cs}(v_x, v_y)$ – імпульсний відгук (апаратна функція) КОС, який визначається перетворенням Фур'є,

$$h_{cs}(v_x, v_y) = F\{V(x_1, y_1)t_{oa}(x_1, y_1)\}. \quad (3.17)$$

Зазвичай як джерело когерентного випромінювання в КОС використовують одномодовий лазер, що генерує TEM₀₀-моду, тому розподіл амплітуд світлового поля $V(x_1, y_1)$ у вхідній площині $x_1 y_1$ описується функцією [26]:

$$V(x_1, y_1) = V_0 \frac{r_{l0}}{r_l} \exp\left(-\frac{x_1^2 + y_1^2}{r_l^2}\right), \quad (3.18)$$

де r_l – радіус пучка у площині вхідного транспаранта; V_0 – амплітуда світлової хвилі у площині $x_0 y_0$; r_{l0} – радіус перетяжки лазерного пучка у площині $x_0 y_0$.

Позначимо через $h_{cs0}(v_x, v_y)$ апаратну функцію КОС, що відповідає гауссовому пучку нульового порядку, і розглянемо, як вона пов'язана з апаратною функцією КОС $h_{cs1}(v_x, v_y)$, якщо лазер генерує TEM₀₁-моду. У цьому випадку функція (3.18) матиме вигляд

$$V(x_1, y_1) = 2\sqrt{2}V_0 \frac{r_{l0}}{r_l} y_1 \exp\left(-\frac{x_1^2 + y_1^2}{r_l^2}\right). \quad (3.19)$$

Підставимо функцію (3.19) до імпульсного відгуку (3.17) й скористаємося теоремою диференціювання Фур'є-образа за частотою, наведеною в монографії [57], тоді

$$\begin{aligned}
 h_{cs1}(v_x, v_y) &= F \left\{ 2\sqrt{2}V_0 \frac{r_{l0}}{r_l} y_1 \exp\left(-\frac{x_1^2 + y_1^2}{r_l^2}\right) t_{oa}(x_1, y_1) \right\} = \\
 &= -j2\sqrt{2} \frac{d}{dv_y} F \left\{ V_0 \frac{r_{l0}}{r_l} t_{oa}(x_1, y_1) \right\} = -j2\sqrt{2} \frac{d}{dv_y} h_{cs0}(v_x, v_y).
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Підставивши вираз (3.20) у (3.16) і застосувавши теорему диференціювання згортки, отримаємо

$$\begin{aligned}
 \tilde{V}(v_x, v_y) &= -j2\sqrt{2} \tilde{t}_{os}(v_x, v_y) \otimes \otimes \frac{d}{dv_y} h_{cs0}(v_x, v_y) = \\
 &= -j2\sqrt{2} \frac{d}{dv_y} \tilde{t}_{os}(v_x, v_y) \otimes \otimes h_{cs0}(v_x, v_y).
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Із співвідношення (3.21) випливає, що розподіл комплексних амплітуд світлового поля у площині спектрального аналізу КОС $v_x v_y$ описується двовимірною згорткою часткової похідної амплітудного спектра досліджуваного сигналу з апаратною функцією КОС. Отже, у разі освітлення вхідного транспаранта гауссовим пучком першого порядку (3.19) розподіл комплексної амплітуди світлового поля у площині спектрального аналізу КОС відповідає першій частковій похідній амплітудно-фазового спектра досліджуваного сигналу. Це явище можна використати для підвищення роздільної здатності КОС для просторового спектрального аналізу когерентного поля, як це було зроблено в статті [62].

Фотографії деяких просторових сигналів, їх спектрів і часткових похідних цих спектрів, які підтверджують результати теоретичних досліджень, зображено на рис. 3.9. Ці фотографії отримані за допомогою експериментальної установки з джерелом когерентного випромінювання у вигляді гелій-неонового лазера ЛГ-78, який працює в режимі генерації TEM_{01} -моди. Як фур'є-об'єктив використано дволінзову склейку з фокусною відстанню $f = 350$ мм і діаметром вхідної зіниці $D_p = 56$ мм. Просторові сигнали, які досліджувалися, формувалися у вигляді бінарних масок з алюмінієвої фольги (рис. 3.9,а та б) і фотоплівки «Мікрат-300» (рис. 3.9,в та г).

Під час виготовлення оптичної системи КОС для диференціювання спектра сигналів особливу увагу варто звертати на її юстирування. Наявність похибок дефокусування й децентрування фур'є-об'єктива формує комплексну апаратну функцію КОС, що, у свою чергу, спотворює похідну спектра сигналу. Врахуємо, що імпульсний відгук КОС або спектр апертури вхідного транспаранта буде складатися з амплітудного й фазового спектрів, тобто

$$h_{cs}(v_x, v_y) = h_{csa}(v_x, v_y) \exp[j\varphi_{cs}(v_x, v_y)]. \quad (3.22)$$

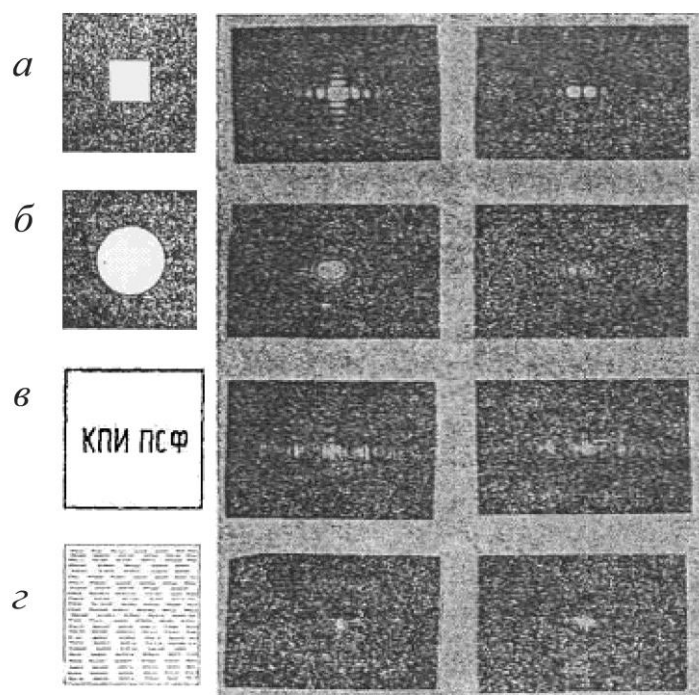


Рисунок 3.9. Просторові сигнали, їх спектри та одновимірні часткові похідні цих спектрів

Для отримання часткової похідної знайдемо похідну за координатою v_y від функції (3.22):

$$\frac{dh_{cs}(v_x, v_y)}{dv_y} = [h'_{csa}(v_x, v_y) + j\varphi'_{cs}(v_x, v_y)h_{csa}(v_x, v_y)] \exp[j\varphi_{cs}(v_x, v_y)]. \quad (3.23)$$

Просторовий спектр Вінера функції (3.23) знайдемо як

$$\begin{aligned} H'_{cs}(v_x, v_y) &= \left[\frac{dh_{cs}(v_x, v_y)}{dv_y} \right] \left[\frac{dh_{cs}(v_x, v_y)}{dv_y} \right]^* = \\ &= [h'_{csa}(v_x, v_y)]^2 + [\varphi'_{cs}(v_x, v_y)]^2 [h_{csa}(v_x, v_y)]^2. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Розглянемо деякі окремі випадки стосовно виразу (3.24), що спостерігаються під час фокусування оптичної системи КОС. Так, у разі поперечних децентрувань на величину Δx_1 і Δy_1 вхідного транспаранта фазовий спектр його апертури описується залежністю

$$\varphi_{cs}(v_x, v_y) = 2\pi(\Delta x_1 v_x + \Delta y_1 v_y). \quad (3.25)$$

Підставимо фазу (3.25) до виразу (3.24), після деяких перетворень отримаємо

$$H'_{cs}(v_x, v_y) = [h'_{csa}(v_x, v_y)]^2 + [2\pi\Delta y_1]^2 [h_{csa}(v_x, v_y)]^2. \quad (3.26)$$

У разі поздовжнього переміщення Фур'є-об'єктива фазовий спектр апертури вхідного транспаранта описується виразом

$$\varphi_{cs}(v_x, v_y) = a_x v_x^2 + a_y v_y^2, \quad (3.27)$$

де a_x і a_y – коефіцієнти дефокусування, які визначаються геометричними параметрами оптичної системи.

Підставимо фазу (3.27) до виразу (3.24), після деяких перетворень отримаємо

$$H'_{cs}(v_x, v_y) = [h'_{csa}(v_x, v_y)]^2 + [2a_y v_y]^2 [h_{csa}(v_x, v_y)]^2. \quad (3.28)$$

З аналізу отриманих виразів (3.26) і (3.28) видно, що у разі дефокусування фур'є-об'єктива, а також децентрування вхідного транспаранта відбуваються нелінійні спотворення часткової похідної енергетичного спектра його апертури. Ці спотворення спричиняють, у свою чергу, асиметрію апаратної функції КОС, тобто знижують його роздільну здатність за рахунок згладжування крутості максимумів часткової похідної спектра досліджуваного сигналу.

3.4. Дослідження геометричних параметрів просторових квазіперіодичних структур за допомогою КОС

За допомогою КОС можна досліджувати одновимірні просторові квазіперіодичні ґратки (рис. 3.10). Такі структури широко використовують в електровакуумних приладах для керування електронними пучками. Ґратка складається із прозорих щілин шириною b_x і непрозорих стінок шириною a_x . Оскільки ширина стінок a_x і щілин b_x є випадковими величинами через різні технологічні похибки, що виникають у процесі виготовлення ґраток, основними характеристиками ґраток будуть їх середні значення \bar{a}_x і \bar{b}_x та середньоквадратичні відхилення σ_a і σ_b .



Рисунок 3.10. Фотографія просторової квазіперіодичної структури

За допомогою вимірювального мікроскопа було виконано статистичні дослідження розмірів a_x і b_x партії ґраток. У результаті досліджень встановлено, що параметри \bar{a}_x і \bar{b}_x цієї партії ґраток залишаються фактично постійними й становлять 100 мкм; в усіх ґратках цієї партії величина σ_a також є постійною і дорівнює 9 мкм, а величина σ_b змінюється в межах 6–25 мкм, що викликано механічними деформаціями їх стінок у процесі виготовлення. Розподіл розмірів a_x і b_x в усіх ґратках підлягає нормальному закону:

$$\psi(a_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_a} \exp\left[-\frac{(a_x - \bar{a}_x)^2}{2\sigma_a^2}\right]; \quad \psi(b_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b} \exp\left[-\frac{(b_x - \bar{b}_x)^2}{2\sigma_b^2}\right]$$

з характеристичними функціями

$$\theta_a(\nu_x) = \exp(-2\pi^2\sigma_a^2\nu_x^2)\exp(j2\pi\bar{a}_x\nu_x); \quad (3.29)$$

$$\theta_b(\nu_x) = \exp(-2\pi^2\sigma_b^2\nu_x^2)\exp(j2\pi\bar{b}_x\nu_x), \quad (3.30)$$

де ν_x – просторова частота.

Якщо таку просторову структуру розмістити у вхідній площині когерентного оптичного спектроаналізатора, то згідно з п. 1.3 у площині спектрального аналізу формується просторово-частотний амплітудно-фазовий спектр структури, що являє собою її дифракційне зображення:

$$V(\nu_x, \nu_y) = k \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_{oa}(x_1, y_1) \exp[-j2\pi(\nu_x x_1 + \nu_y y_1)] dx_1 dy_1, \quad (3.31)$$

де k – коефіцієнт, що залежить від параметрів спектроаналізатора; $t_{oa}(x_1, y_1)$ – комплексний коефіцієнт пропускання досліджуваної структури; ν_x, ν_y – просторові частоти спектра. У разі реєстрації спектра приймачем випромінювання (ПЗЗ-матриця, фотодіод, фотоплівка), який є чутливим не до амплітуди світлового поля, а до його інтенсивності, вимірюється енергетичний просторовий спектр Вінера досліджуваного сигналу, який дорівнює квадрату амплітудного спектра, тобто $W(\nu_x, \nu_y) = |V(\nu_x, \nu_y)|^2$.

Теоретично форма енергетичного спектра Вінера просторової квазіперіодичної структури може бути визначена розв'язанням задачі дифракції когерентної світлової хвилі на такій структурі, однак подібні задачі надзвичайно складні, тому в оптиці для розв'язання таких задач застосовують методи теорії статистичної радіотехніки із заміною оптичних сигналів аналогічними їм за формою електричними, що відображено в монографії [64]. Так, аналогом щілини в оптиці є прямокутний електричний імпульс, а аналогом дифракційної ґратки в радіотехніці є періодична

послідовність електричних прямокутних імпульсів і т.п. Відповідно до наведених прикладів як фізичний аналог просторової одновимірної квазіперіодичної структури було використано аперіодичну послідовність електричних прямокутних імпульсів, при цьому амплітуда імпульсів U_0 дорівнює амплітуді когерентної світлової хвилі у вхідній площині спектроаналізатора; щілина просторової структури подана імпульсом тривалістю b_x , оскільки вона прозора для світла, а стінка – паузою між імпульсами з тривалістю, рівною ширині непрозорої частини ґратки a_x .

У монографії [64] показано, що енергетичний спектр Вінера такої послідовності імпульсів, а отже й просторової структури, описується виразом

$$W(\nu_x) = \frac{U_0^2}{4\pi^2\nu_x^2(\bar{a}_x + \bar{b}_x)} \operatorname{Re} \left\{ \frac{[1 - \theta_a(\nu_x)][1 - \theta_b(\nu_x)]}{1 - \theta_a(\nu_x)\theta_b(\nu_x)} \right\}. \quad (3.32)$$

Після підстановки функцій (3.29) і (3.30) до виразу (3.32) маємо

$$W(\nu_x) = \frac{U_0^2}{4\pi^2\nu_x^2(\bar{a}_x + \bar{b}_x)} \times \operatorname{Re} \left\{ \frac{[1 - \exp(-2\pi^2\sigma_a^2\nu_x^2)\exp(j2\pi\bar{a}_x\nu_x)][1 - \exp(-2\pi^2\sigma_b^2\nu_x^2)\exp(j2\pi\bar{b}_x\nu_x)]}{1 - \exp(-2\pi^2\sigma_a^2\nu_x^2)\exp(j2\pi\bar{a}_x\nu_x)\exp(-2\pi^2\sigma_b^2\nu_x^2)\exp(j2\pi\bar{b}_x\nu_x)} \right\}. \quad (3.33)$$

Після деяких перетворень отримаємо функцію, яка описує енергетичний спектр Вінера,

$$W(\nu_x) = \frac{U_0^2}{4\pi^2\nu_x^2(\bar{a}_x + \bar{b}_x)} \times \frac{\operatorname{sh}[2\pi^2(\sigma_a^2 + \sigma_b^2)\nu_x^2] - \operatorname{sh}(2\pi^2\sigma_a^2\nu_x^2)\cos(2\pi\bar{b}_x\nu_x) - \operatorname{sh}(2\pi^2\sigma_b^2\nu_x^2)\cos(2\pi\bar{a}_x\nu_x)}{\operatorname{ch}[2\pi^2(\sigma_a^2 + \sigma_b^2)\nu_x^2] - \cos[2\pi(\bar{a}_x + \bar{b}_x)\nu_x]}. \quad (3.34)$$

Комп'ютерний аналіз функції (3.34) проводився за постійних значень параметрів \bar{a}_x , \bar{b}_x і σ_a для декількох значень параметра σ_b . Із поданих на рис. 3.11 результатів обчислень видно, що функція $W(\nu_x)$ є періодичною й має максимуми на кратних частотах $\nu_{x,m}$,

$$\nu_{x,m} = \frac{m}{\bar{a}_x + \bar{b}_x}, \quad (3.35)$$

де $m = 0, 1, 2, \dots$ – номер максимуму. Амплітуди всіх максимумів зі

зростанням σ_b зменшуються, а ширина збільшується. Отже, можна запропонувати методи визначення параметрів квазіперіодичної структури за її енергетичним спектром Вінера за допомогою когерентного оптичного спектроаналізатора.

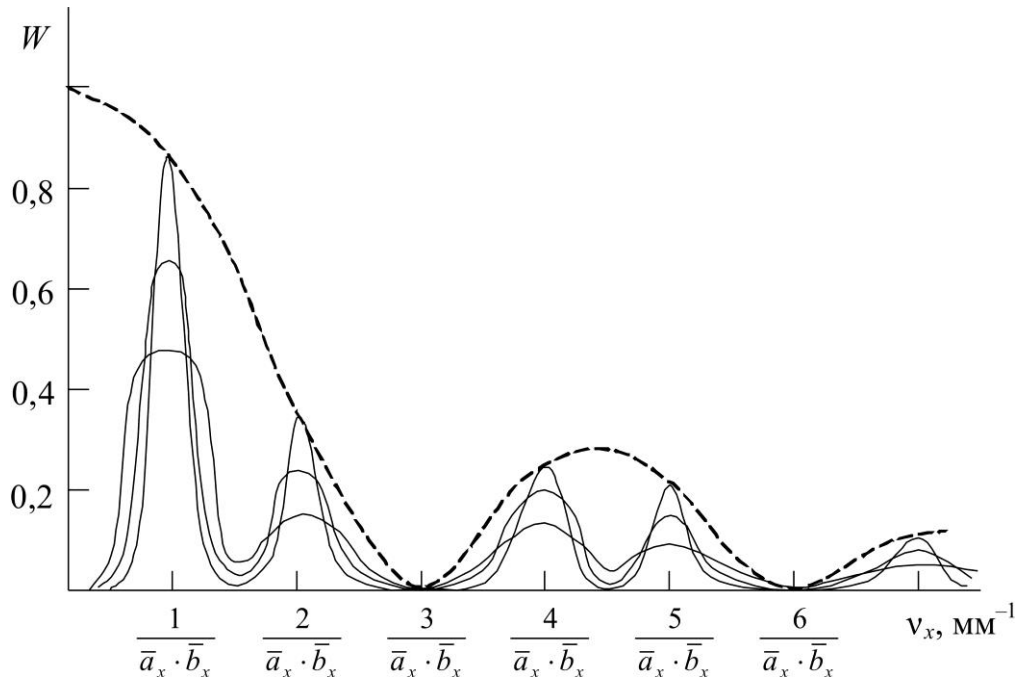


Рисунок 3.11. Енергетичний спектр Вінера квазіперіодичної структури за різних значень середньоквадратичного відхилення ширини щілин:

$$\sigma'_b < \sigma''_b < \sigma'''_b$$

Так, вибираючи певний максимум спектра m і вимірюючи відстань до нього $\nu_{x,m}$ від нульового максимуму, можна згідно з виразом (3.35) знайти величину середнього періоду $\bar{p}_x = \bar{a}_x + \bar{b}_x$ квазіперіодичної структури. Середньоквадратичне відхилення σ_b ширини щілин b_x можна визначити двома методами: амплітудним і частотним.

За амплітудного методу аналізу фотоелектрична вимірювальна система спектроаналізатора визначає відношення амплітуд двох максимумів спектра, тобто

$$\alpha_{ij}(\sigma_b) = \frac{W(v_{x,i}, \sigma_b)}{W(v_{x,j}, \sigma_b)}, \quad (3.36)$$

де $W(v_{x,i}, \sigma_b)$ і $W(v_{x,j}, \sigma_b)$ – амплітуди i -го та j -го максимумів спектра Вінера відповідно.

Дослідження функції (3.36) показали, що в певній області значень вона лінійно залежить від параметра σ_b . Величина області лінійності функції $\alpha_{ij}(\sigma_b)$ залежить від співвідношення параметрів \bar{a}_x , \bar{b}_x і σ_a досліджуваної структури. Вимірювання відношення амплітуд двох максимумів спектра, а не абсолютного значення амплітуди будь-якого максимуму, дозволяє вилучити вплив на результат вимірювання флуктуацій інтенсивності випромінювання у вхідній площині спектроаналізатора. Ці флуктуації виникають через нестабільність роботи лазера спектроаналізатора.

За частотного методу аналізу фотоелектрична вимірювальна система визначає відношення ширини двох обраних максимумів спектра на відповідному рівні, тобто

$$\beta_{ij}(\sigma_b) = \frac{\Delta v_{x,i}}{\Delta v_{x,j}}, \quad (3.37)$$

де $\Delta v_{x,i}$ і $\Delta v_{x,j}$ – ширина i -го та j -го максимумів спектра. Функція (3.37) у певній області значень σ_b має лінійний характер. Вимірювання відношень ширини двох максимумів спектра також дозволяє позбутися впливу нестабільності роботи лазера на результати вимірювань.

Кожний із розглянутих методів має свої переваги і недоліки. Для частотного методу аналізу необхідне сканування спектра, чого не потрібно для амплітудного методу. Для сканування спектра треба мати додатковий пристрій сканування. Між тим точність вимірювань за частотного методу значно вища, ніж у амплітудного методу.

Точність та результативність методів аналізу геометричних параметрів квазіперіодичних структур було перевірено за допомогою

когерентного оптичного спектроаналізатора, схему якого зображено на рис. 3.12. Експериментальну установку зібрано на оптичній лаві ОСК-2. Як джерело когерентного випромінювання використано гелій-неоновий лазер ЛГ-79/2, що працює в одномодовому режимі. Оптико-електронну систему сканування та вимірювання спектра розміщено на мікрометричному столику (відлік за шкалою 10 мкм) від лави ОСК-2. Вихідний сигнал фотодіода підсилюється попереднім підсилювачем на польовому транзисторі КП103І та підсилювачем на мікросхемі К1УС221Г і надходить паралельно на входи мілівольтметра ВЗ-28А та осцилографа 1С-48Б. Осцилограф використано для візуального контролю форми сигналу. Шуми описаної системи становили 7 мВ, а відношення сигнал/шум досягало 200. Система показала надійні й стабільні у межах 5% результати вимірювань протягом декількох місяців роботи.

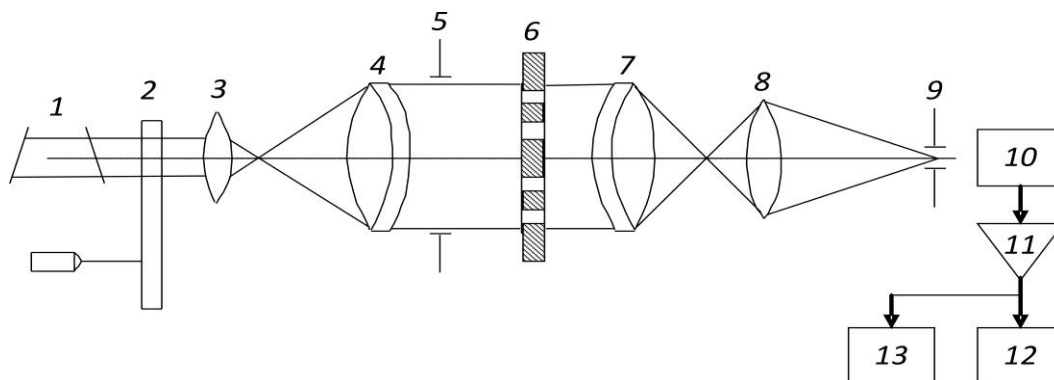


Рисунок 3.12. Структурно-функціональна схема експериментальної установки для вимірювання геометричних параметрів квазіперіодичних структур: 1 – лазер; 2 – модулятор; 3, 4 – телескопічна система Кеплера; 5 – апертурна діафрагма; 6 – досліджувана ґратка; 7 – фур’є-об’єктив; 8 – лінза для зміни масштабу спектра; 9 – польова діафрагма; 10 – фотодіод ФД-27К; 11 – попередній підсилювач; 12 – мілівольтметр; 13 — осцилограф

За допомогою описаної установки експериментально отримано залежності $\alpha_{ij}(\sigma_b)$ і $\beta_{ij}(\sigma_b)$ (рис. 3.13,а і б), які збігаються з

теоретичними формулами (3.36) і (3.37), що підтверджує ефективність запропонованих методів.

Отже, наведені результати досліджень дають змогу за допомогою когерентного оптичного спектроаналізатора автоматично виконувати діагностику геометричних параметрів квазіперіодичних структур. Вони можуть бути використані для побудови автоматичних метрологічних систем у приладобудуванні й машинобудуванні.

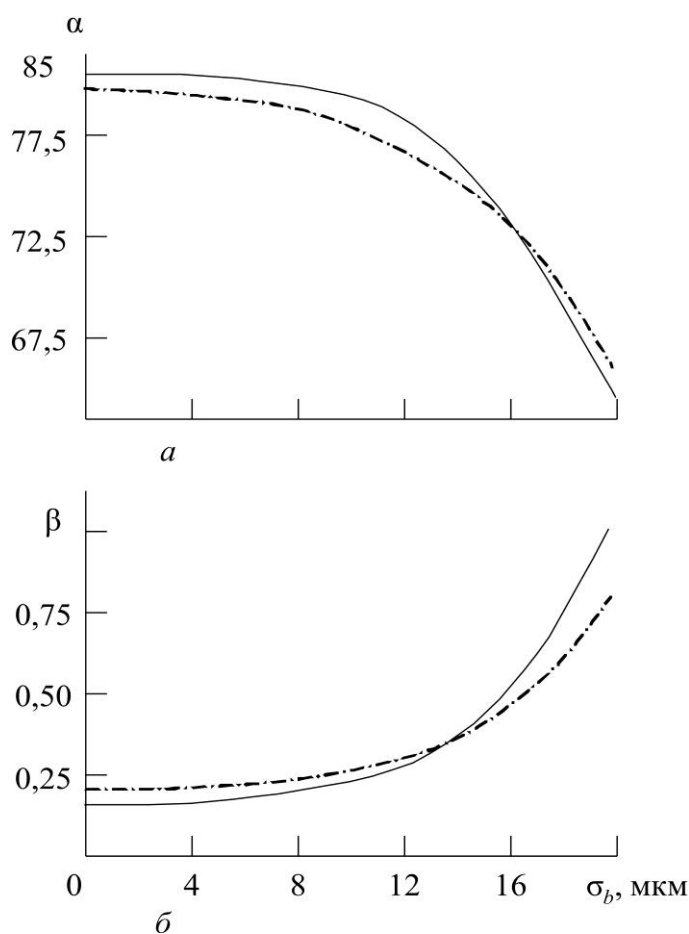


Рисунок 3.13. Функціональні залежності параметрів $\alpha_{12}(\sigma_b)$ і $\beta_{12}(\sigma_b)$:
--- теоретичні залежності; — експериментальні залежності

3.5. Спектральні методи контролю статистичних характеристик штрихових квазіперіодичних структур

У сучасному оптичному приладобудуванні, а також у високочастотних пристроях значно поширені різні штрихові періодичні

структури, подібні оптичним дифракційним ґраткам, що відображено в монографіях [65,66]. Оскільки технічні характеристики цих приладів багато в чому визначаються якістю виготовлення елементів структур, тобто їх геометричними розмірами, до процесу контролю структур ставляться досить високі метрологічні вимоги. Використання лише візуальних оптичних приладів (мікроскопів та епідіаскопів) значно знижує продуктивність процесу контролю. Окрім того, на якості контролю позначається рівень підготовки операторів-метрологів. Американська фірма «Bugs» спробувала автоматизувати цей процес за допомогою вимірювального автомата, виконаного на основі фотоелектричного мікроскопа, однак розроблений фірмою прилад так і не був застосований у промисловості через складність його конструкції та обмеження функціональних можливостей. Більш перспективними для автоматизації вимірювань і контролю статистичних характеристик різних двовимірних й одновимірних квазіперіодичних структур є когерентні оптичні спектроаналізатори.

Ґрунтуючись на результатах, поданих у п. 3.4, де отримані аналітичні залежності, що описують просторово-частотний енергетичний спектр штрихової квазіперіодичної структури, сформований у площині спектрального аналізу КОС, розглянемо конкретні методи й алгоритми їх апаратурної реалізації для автоматизації контролю статистичних характеристик одновимірних квазіперіодичних структур.

Через різні технологічні похибки виготовлення штрихова структура, зображена на рис. 3.14, є квазіперіодичною, оскільки розміри її елементів мають випадкові відхилення від номінальних значень, тому статистичні характеристики геометричних розмірів такої структури під час інтегрального оцінювання можуть бути описані середніми розмірами ширини щілин \bar{a}_x і стінок \bar{b}_x , а також середньоквадратичними відхиленнями σ_a і σ_b від них. Одновимірний

енергетичний спектр амплітудного коефіцієнта пропускання квазіперіодичної структури за $\nu_y = 0$ описується аналітичною залежністю (3.34), яку для симетричної структури, коли $\bar{a}_x = \bar{b}_x$, можна подати у вигляді

$$W(\nu_x) = \frac{E_0 d^2}{4\pi^2 \bar{a}_x \nu_x^2} \frac{\text{sh}[2\pi^2(\sigma_a^2 + \sigma_b^2)\nu_x^2] - \cos(2\pi\bar{a}_x\nu_x)[\text{sh}(2\pi^2\sigma_a^2\nu_x^2) + \text{sh}(2\pi^2\sigma_b^2\nu_x^2)]}{\text{ch}[2\pi^2(\sigma_a^2 + \sigma_b^2)\nu_x^2] - \cos(4\pi\bar{a}_x\nu_x)}, \quad (3.38)$$

де ν_x – просторова частота; E_0 – освітленість структури; d – висота штрихів.

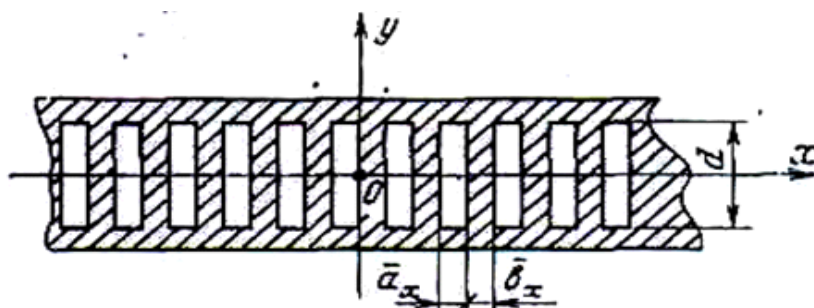


Рисунок 3.14. Фрагмент штрихової квазіперіодичної структури

Аналіз функції (3.38), виконаний чисельними методами за допомогою комп'ютера, показав, що функція $W(\nu_x)$ містить екстремуми на кратних частотах $\nu_{x,m}$,

$$\nu_{x,m} = \frac{m}{2a_x}, \quad (3.39)$$

де m – номер максимуму. При цьому амплітуди максимумів описуються залежністю, яку отримуємо в результаті підстановки (3.39) в (3.38) і виконання ряду алгебраїчних перетворень:

$$W(m, \sigma_a, \sigma_b) = \frac{E_0 d^2 \bar{a}_x}{m^2} \frac{1}{\text{th}\left(\frac{\pi m \sigma_a}{2\bar{a}_x}\right)^2 + \text{th}\left(\frac{\pi m \sigma_b}{2\bar{a}_x}\right)^2}. \quad (3.40)$$

Дослідження функції (3.40) показало, що:

– збільшення середньоквадратичних відхилень σ_a і σ_b призводить до зменшення амплітуди максимумів і збільшення їх ширини, тобто

відбувається розширення максимумів, а спектр $W(\nu_x)$ трансформується з дискретного в суцільний;

– із зростанням середнього періоду структури $\bar{a}_x + \bar{b}_x$ відстань між максимумами зменшується.

На основі встановлених закономірностей поведіння спектра $W(\nu_x)$ запропоновано три нових методи автоматизації контролю статистичних характеристик σ_a і σ_b квазіперіодичної структури, в яких інформативними параметрами є величини амплітудних складових окремих максимумів спектра на екстремальних частотах $\nu_{x,m}$, ширина максимумів спектра на певних рівнях, функціональне співвідношення амплітуд і ширини максимумів. Просторове положення окремих максимумів спектра або відстань між ними дозволяє знайти середній період структури $\bar{a}_x + \bar{b}_x$.

За амплітудного методу контролю середньоквадратичних відхилень σ_a і σ_b необхідно вимірювати амплітуду окремих максимумів енергетичного спектра $W(\nu_x)$ на частотах $\nu_{x,m}$. Для усунення впливу флуктуацій потужності випромінювання лазера, тобто освітленості E_0 аналізованої структури, на результати вимірювання запропоновано визначати величину відношення амплітуд двох довільних m -го і n -го максимумів спектра, тобто

$$\alpha_{mn}(\sigma_a, \sigma_b) = \frac{W(m, \sigma_a, \sigma_b)}{W(n, \sigma_a, \sigma_b)} = \frac{n^2 \operatorname{th}\left(\frac{\pi n \sigma_a}{2 \bar{a}_x}\right)^2 + \operatorname{th}\left(\frac{\pi n \sigma_b}{2 \bar{a}_x}\right)^2}{m^2 \operatorname{th}\left(\frac{\pi m \sigma_a}{2 \bar{a}_x}\right)^2 + \operatorname{th}\left(\frac{\pi m \sigma_b}{2 \bar{a}_x}\right)^2}, \quad (3.41)$$

де $W(m, \sigma_a, \sigma_b)$ і $W(n, \sigma_a, \sigma_b)$ – амплітуди m -го і n -го максимумів спектра Вінера відповідно.

Аналіз виразу (3.41) за допомогою комп'ютера показав, що функція $\alpha_{mn}(\sigma_a, \sigma_b)$ за $\sigma_a = \text{const}$ є однозначною і монотонно спадною у разі збільшення σ_b , а її крутизна збільшується зі зростанням номера максимуму n за постійного $m < n$.

Один із варіантів функціональної блок-схеми апаратурної реалізації алгоритму амплітудного методу подано на рис. 3.15. Контрольовану структуру розміщують у вхідній площині КОС і за допомогою оптичної системи формують у площині спектрального аналізу її дифракційне зображення, розподіл освітленості в якому є енергетичним спектром структури. Селектором, що являє собою оптично непрозору маску, яка містить дві щілинні діафрагми, виділяють амплітуди m -го і n -го максимумів спектра, які поканально реєструються двома фотодіодами, наприклад ФД-27К, сигнали з яких підсилюються підсилювачами і надходять на входи двох логарифматорів напруги. Вихідна напруга логарифматора пропорційна логарифму вхідної напруги, тобто величині світлового потоку в центрі m -го і n -го дифракційних максимумів. Вихідні напруги логарифматорів віднімаються, а їх різниця надходить до антилогарифматора, вихідна напруга якого, що пропорційна відношенню амплітуд максимумів, надходить на індикатор параметра σ_b .

Під час контролю середньоквадратичного відхилення σ_b по ширині спектральних максимумів на постійному рівні необхідно вимірювати ширину максимумів енергетичного спектра $W(\nu_x)$ на рівнях, пропорційних k_a/m^2 , де k_a – коефіцієнт рівня, що задається під час вимірювань. Оскільки розподіл амплітуд спектра пропорційний освітленості структури у вхідній площині КОС E_0 , для усунення впливу тимчасових флуктуацій вхідної потужності випромінювання лазера на результат вимірювання доцільно визначати величину відношення ширини двох довільних максимумів.

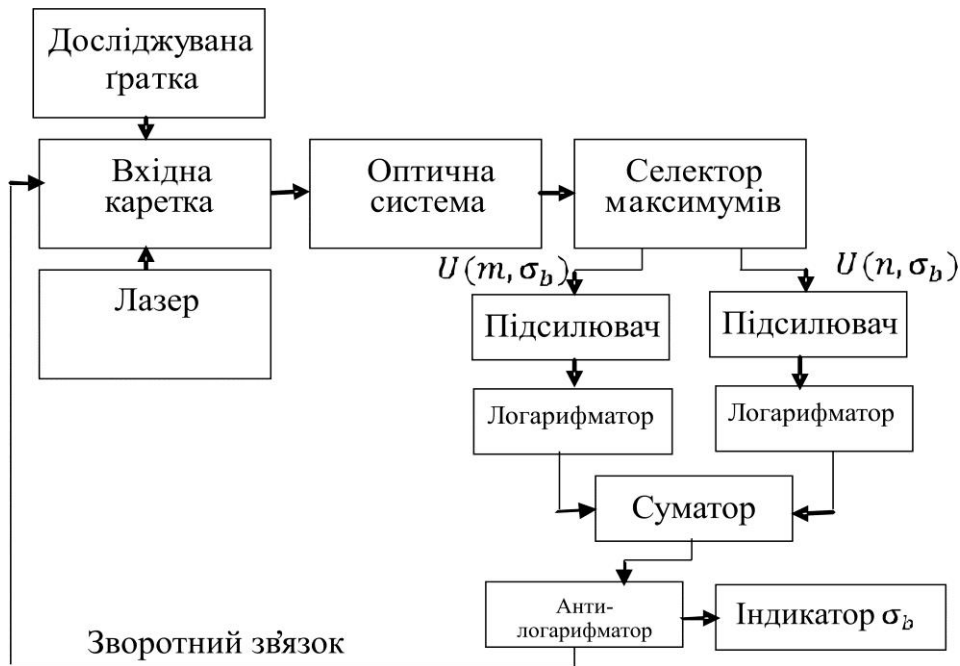


Рисунок 3.15. Функціональна блок-схема апаратної реалізації амплітудного методу контролю квазіперіодичної структури

Один із варіантів функціональної блок-схеми апаратної реалізації алгоритму методу контролю по ширині спектральних максимумів на постійному рівні подано на рис. 3.16. Досліджувану структуру також розміщують у вхідній площині КОС, у площині спектрального аналізу якого формується її дифракційне зображення. Для вимірювання ширини двох довільних m -го і n -го максимумів їх сканують двома вузькими польовими діафрагмами, встановленими перед фотоприймачами. У разі періодичного сканування довільного максимуму по діафрагмі на виході фотоприймачів генерується періодична послідовність імпульсів, частота проходження яких збігається із частотою сканування, а форма повторює розподіл освітленості в максимумі.

Вихідний сигнал кожного фотоприймача підсилюється та обмежується за амплітудою до рівня визначення ширини максимумів. Отже, на виході підсилювачів формуються обмежені за амплітудою імпульси, тривалість яких пропорційна ширині максимумів на апаратно обраному рівні. Вихідні сигнали обох граничних підсилювачів

поканально надходять на два часово-імпульсні перетворювачі, де реалізується операція «тривалість імпульсу – частота», тобто на виході кожного перетворювача формується періодична послідовність прямокутних імпульсів, частота проходження яких пропорційна тривалості імпульсів вхідного сигналу. Вихідні сигнали кожного перетворювача надходять на перший і другий входи частотоміра-хронометра, який працює в режимі вимірювання відношення частот вхідних сигналів. Це відношення, яке пропорційне середньоквадратичному відхиленню σ_b , відображається на цифровому індикаторі.

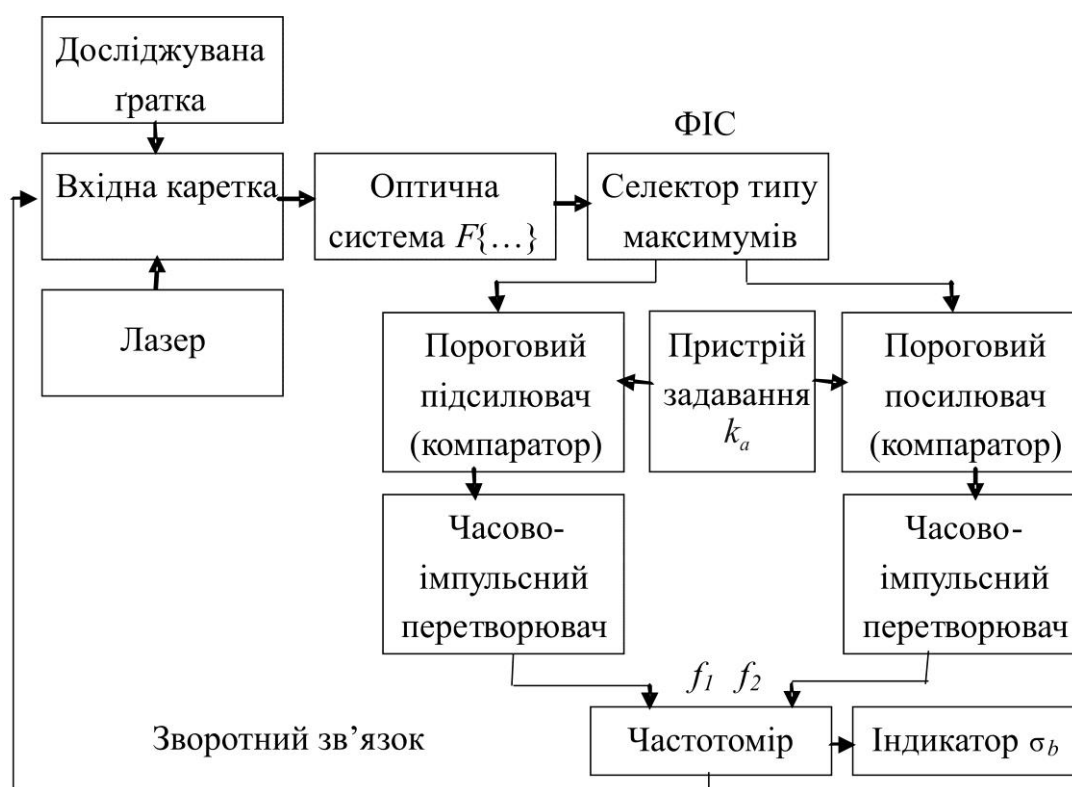


Рисунок 3.16. Функціональна блок-схема апаратурної реалізації методу контролю квазіперіодичної структури по ширині максимумів на постійному рівні

Якщо використано метод контролю середньоквадратичного відхилення σ_b за шириною спектральних максимумів на змінному рівні, то

необхідно вимірювати ширину довільного m -го максимуму енергетичного спектра структури на рівні, пропорційному потужності випромінювання лазера (освітленості E_0) й обернено пропорційному квадрату порядкового номера m -го максимуму. Це дозволяє автоматично усунути вплив тимчасової флуктуації вихідної потужності випромінювання лазера на ширину m -го максимуму спектра.

Функціональну блок-схему апаратурної реалізації алгоритму методу контролю за шириною спектральних максимумів на змінному рівні зображено на рис. 3.17. Досліджувану структуру також поміщають у вхідній площині КОС, формують її дифракційне зображення і сканують його m -й максимум фотоприймачем з точковою польовою діафрагмою. Світловий потік, що пройшов крізь отвір діафрагми, реєструється фотоприймачем, вихідний сигнал якого, пройшовши попередній підсилювач, надходить на вхід граничного підсилювача. Рівень обмеження підсилювача автоматично встановлюється пропорційним до вхідної потужності випромінювання лазера та амплітудного вольтметра. Вихідна напруга амплітудного вольтметра постійна і пропорційна амплітуді імпульсів на його вході. Як і в попередньому методі, вихідний сигнал граничного підсилювача перетворюється часово-імпульсним перетворювачем у періодичну послідовність прямокутних імпульсів, частота проходження f_1 яких пропорційна ширині m -го дифракційного максимуму. Вихідний сигнал амплітудного вольтметра перетворюється амплітудно-частотним перетворювачем у періодичну послідовність прямокутних імпульсів, частота f_2 проходження яких пропорційна амплітуді n -го дифракційного максимуму. Обидва сигнали надходять на перший і другий входи частотоміра-хронометра, включеного в режим відношення f_1/f_2 , пропорційний σ_b . Результати вимірювань σ_b відображаються на цифровому табло.

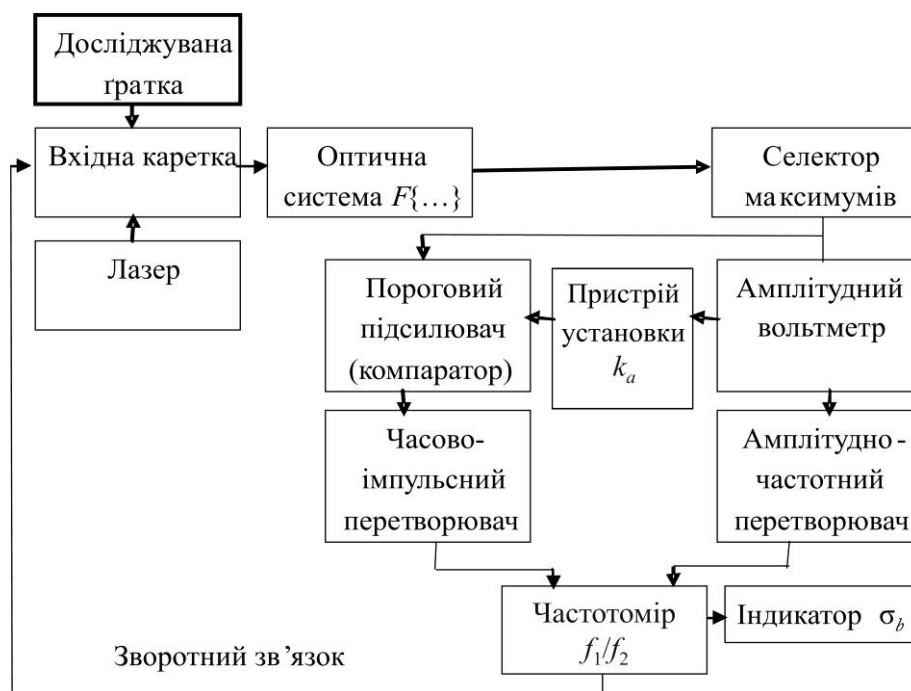


Рисунок 3.17. Функціональна блок-схема апаратної реалізації методу контролю квазіперіодичної структури за шириною максимумів на змінному рівні

Порівняльний аналіз описаних методів контролю показав, що кращим є амплітудний метод, який має найбільш широкий діапазон вимірювань і найбільш просту апаратну реалізацію. Метод контролю за шириною максимумів на постійному рівні має найбільшу чутливість, але його апаратна реалізація складніша. Найбільш складна апаратна реалізація методу контролю за шириною максимумів на змінному рівні, а чутливість цього методу найнижча при порівняно широкому діапазоні вимірювань.

Апаратна реалізація алгоритмів розглянутих методів контролю спрощується якщо використовувати як приймачі зображення однокоординатні ПЗЗ-лінійки, тоді всі три методи можуть бути реалізовані на одній апараті: ПЗЗ-приймачі, з'єднаному з мікропроцесором.

3.6. Лазерний дифракційний аналізатор розміру частинок

Лазерна дифракція має ряд важливих переваг перед «класичними» методами вимірювання, такими як розсіювання або аналіз зображення: короткий час проведення аналізу, висока точність, проста тестування, великий діапазон вимірювань. В зв'язку з цим вона знайшла широке застосування в усьому світі порівняно із звичайними методами. Шляхом підбору відповідних компонентів можна скласти необхідну вимірювальну систему для вирішення поставленої задачі.

Лазерний дифракційний аналізатор розміру частинок «Анализетте 22» являється приладом універсального застосування для визначення розподілу частинок по розмірам в суспензіях, емульсіях і порошках за допомогою лазерної дифракції. Прилади серії NanoТес і MicroТес можна оснащувати програмами для розпізнавання форми частинок. Діапазон вимірювань розміру частинок аналізатором «Анализетте 22» становить від 0,01 до 1000 мкм.

Розглянемо принцип роботи лазерного дифракційного аналізатора, що використовується для визначення розподілу частинок по розмірам в суспензіях, емульсіях та порошках за допомогою лазерної дифракції [67]. Загальний принцип роботи такого аналізатора полягає в тому, що для визначення розподілу частинок за розмірами за допомогою дифракції використовують фізичний принцип розсіювання електромагнітних хвиль (рис. 3.18). Частинки в паралельному лазерному промені розсіюють світло на постійний тілесний кут, величина якого залежить від діаметру частинок. Лінза збирає розсіяне кільцеподібне світло на детектор, який встановлений в фокальній площині лінзи. Нерозсіяне світло завжди сходиться в фокусі на оптичній осі.

За допомогою комплексної математики із розподілу інтенсивності розсіяного світла можна розрахувати розподіл частинок за їх розмірами в наборі частинок, що розсіюють світло. У результаті одержують

діаметр частинок вигляді сфери, які еквівалентні діаметру частинок при лазерній дифракції. Розподіл частинок визначається як доля об'єму таких частинок відносно загального об'єму усіх частинок.

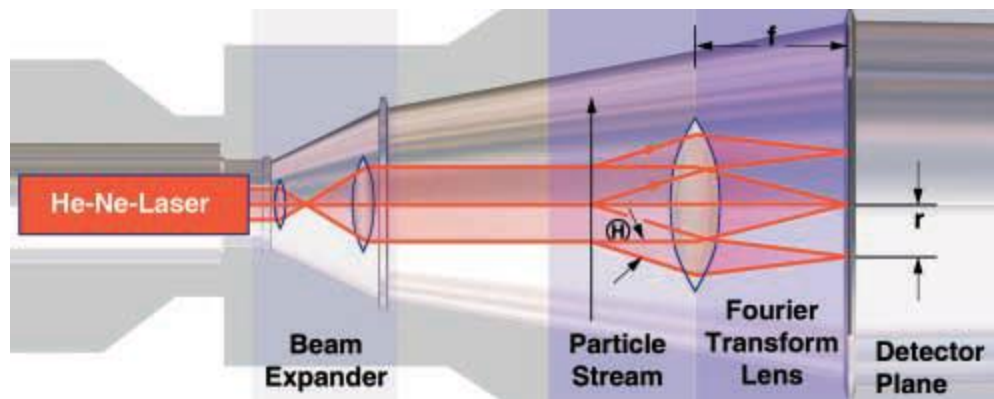


Рисунок 3.18. Принцип дії лазерного дифракційного аналізатора

Дифракційну картину в фокальній площині лінзи можна описати за допомогою оптики Фур'є. Принцип вимірювання базується на унікальній властивості фокусуєчої лінзи здійснювати двовимірне перетворення Фур'є проєкції певної площини. Тому таку лінзу називають фур'є-об'єктивом.

Просторові частоти фур'є-компонентів пропорційні фокусній відстані фокусуєчої лінзи. Тому зміна області вимірювання завжди вимагає заміну лінзи й тим самим перебудову вимірювального приладу.

Іншою конструкцією лазерного дифракційного аналізатора є «обернена конструкція Фур'є» [67]. Досліджуване середовище розміщується в збіжний лазерний промінь, як показано на рис. 3.19. Простим переміщенням вимірювальної комірки область вимірювання можна змінювати, використовуючи для цього об'єктив із змінною фокусною відстанню. Таким чином, можна отримати аналогічну дифракційну картину як і при застосуванні звичайної конструкції, але без необхідності перебудови системи при зміні області вимірювання. При збільшенні відстані між вимірювальною коміркою та детектором

виконується вимірювання більш великих частинок, а зменшенням цієї відстані вимірюють більш мілкі частинки.

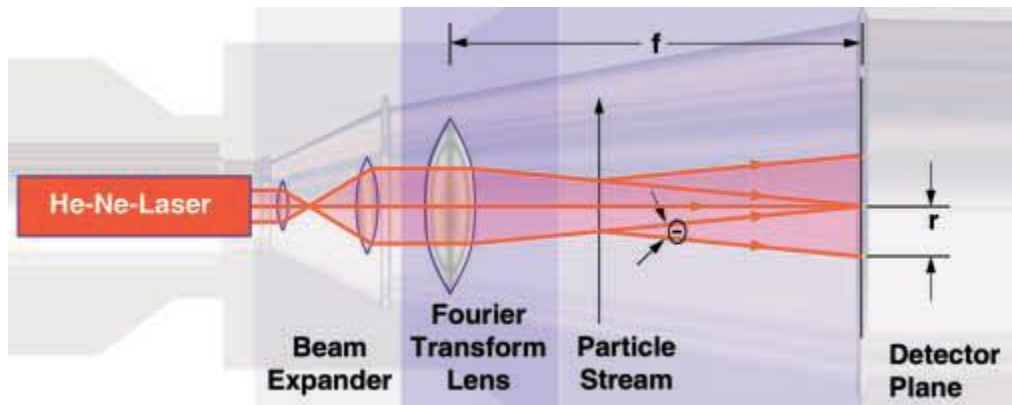


Рисунок 3.19. Схема «оберненої конструкції Фур'є»

Лазерний дифракційний аналізатор розміру частинок «Анализетте 22» являється єдиним приладом, в якому вимірювальна комірка для зміни області вимірювання переміщується уздовж оптичної осі без заміни об'єктива. Обернена оптика Фур'є дозволяє здійснювати вимірювання розподілу частинок за розмірами з надзвичайно високим розділенням. За допомогою автоматичного переміщення вимірювальної комірки, який керується комп'ютером, в лазерному пучку, що сходиться, можна створити матрицю з 520 вимірювальними каналами для одночасного розрахунку розподілу частинок з розмірами від 0,01 до 1000 мкм.

Розподіл інтенсивності розсіяного світла вимірюється радіально розташованими пікселями приймача випромінювання і на основі цього розподілу розраховується розподіл частинок по розмірам. Розрахунок можна здійснювати як за теорією Фраунгофера, так і за теорією Мі. Теорія Фраунгофера справедлива для малих кутів розсіювання на частинках великих розмірів. Теорія Мі справедлива для розсіювання світла на сферичних частинках довільного радіусу. Однак для

застосування цієї теорії необхідно знати показники заломлення і поглинання частинок і середовища.

Вимірювання розсіяного світла може здійснюватися як в напрямку розповсюдження лазерного випромінювання (3.20,а), так і в протилежному напрямку (рис. 3.20,б).

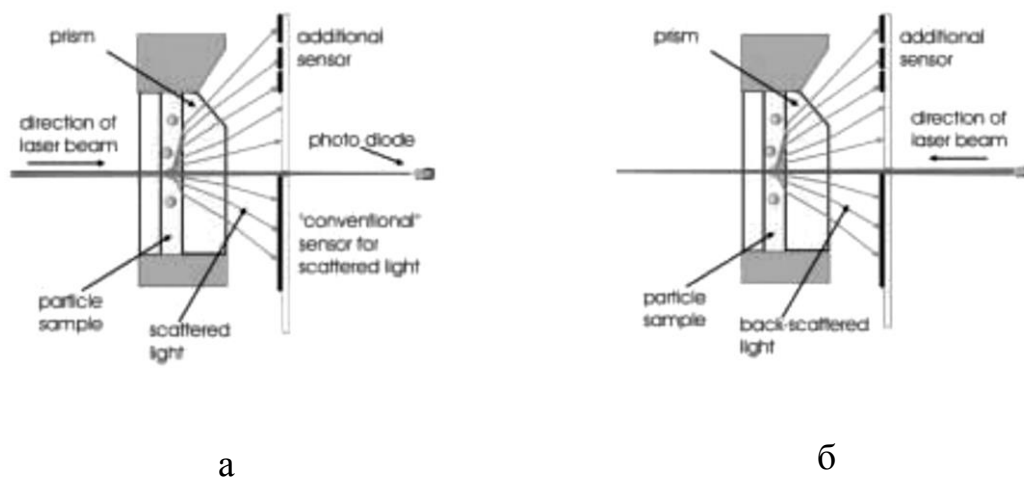


Рисунок 3.20. Схема вимірювання розсіяного світла в напрямку розповсюдження лазерного пучка (а) і в протилежному напрямку (б)

Світло, що розсіяне вимірювальною коміркою в напрямку розповсюдження лазерного пучка, реєструється фотоприймачем. Приймач має в центрі малий отвір, через який лазерне випромінювання потрапляє на фотодіод, що вимірює повне поглинання. Навколо цього отвору розташовані концентричні світлочутливі елементи, площа яких збільшується в радіальному напрямку для збільшення сигналу від розсіяного під більшим кутом слабкого випромінювання. В центрі приймача розташовані чутливі елементи малого розміру, щоб була можливість реєструвати з великим просторовим розділенням світло, розсіяне від частинок великих розмірів.

Розсіяне світло не покидає вимірювальну комірку так як починаючи з певного кута відбувається повне внутрішнє відбивання. Тому оптична пластинка вимірювальної пластинки має призматичну

поверхню, через яку виходить світло, що розсіюється під великими кутами.

Для реєстрації розсіяного світла від нанометричних частинок необхідно вимірювати розсіяне світло під значно більшими кутами. Для цього в аналізаторі «Анализетте 22» NanoТес лазерне світло розповсюджується через отвір в фотоприймачі в оберненому напрямку, а розсіяне в комірці світло сприймається приймачем як обернене розсіювання в діапазоні кутів від 60° до 180° . За рахунок оптимізованої конструкції вимірюється розсіяне випромінювання при різних положеннях площини поляризації лазерного променя. Нижня границя вимірювання розміру частинок становить 10 нм. Загальний вигляд аналізатора «Анализетте 22» (модель NanoТес) наведено на рис. 3.21.



Рисунок 3.21. Дифракційний аналізатор розміру частинок «Анализетте 22», модель NanoТес

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Применение методов фурье-оптики / Под ред. Г. Старка; пер. с англ. под ред. И. Н. Компанца. – М.: Радио и связь, 1988. – 536 с.
2. Кейсесент Д. Оптическая обработка информации / Д. Кейсесент; пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 350 с.
3. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику / Дж. Гудмен; пер. с англ. – М.: Мир, 1970. – 364 с.
4. Юу Ф. Т.С. Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию / Ф. Т. С. Юу; под ред. В. К. Соколова; пер. с англ. – М.: Сов.радио, 1979. – 304 с.
5. Бобров С. Т., Грейсух Г. И., Туркевич Ю. Г. Оптика дифракционных элементов и систем. – Л.: Машиностроение. – 1986. – 223 с.
6. Колобродов В.Г., Тымчик Г.С. Анализ оптических схем когерентных спектроанализаторов / Оптико-механическая промышленность. – 1982. – № 10. – С. 4–7.
7. Saleh, Bahaa E.A. and Malvin Carl Teich. Fundamentals of photonics. – New York: Wiley, 1991. – 948 p.
8. Колобродов В.Г., Тимчик Г.С. Дифракційна теорія оптичних систем / Підручник. – К.: НТУУ «КПІ», 2011. – 148 с.
9. Колобродов В.Г., Тимчик Г.С. Проектування дифракційних оптичних елементів і систем / Підручник. – К.: НТУУ «КПІ», 2012. – 200 с.
10. Колобродов В.Г., Тимчик Г.С. Прикладна дифракційна оптика / Підручник.– К.: НТУУ «КПІ», 2014.– 312 с.
11. Колобродов В.Г., Тимчик Г.С., Нгуєн К.А. Визначення узагальнених характеристик когерентних спектроаналізаторів // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2012. № 5. – С. 102–108.

12. Колобродов В.Г., Тимчик Г.С., Нгуєн К.А. Граничні характеристики когерентного оптичного спектроаналізатора // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2014. - №5. – С. 119–123.
13. Коваль С.Т., Колобродов В.Г. Статистические характеристики коэффициента отражения некоторых зеркальных поверхностей // Оптико-механическая промышленность. – 1976. – № 6. – С. 6–10.
14. Баррекетт Е. О перспективах оптических методов в обработке информации // Автометрия. –1978. – №1. – С. 54–60.
15. Николов И.Д. Оптические системы для записи и обработки информации // Автометрия. –1979. – №4. – С. 84–88.
16. Богатырева В.В., Дмитриев А.Л. Оптические методы обработки информации: учебное пособие. – СПб: СПбГУИТМО, 2009. – 74с.
17. Кондратенков Г.С. Обработка информации когерентными оптическими системами. – М.: Советское радио, 1972. – 208 с.
18. Шанин В.И. Исследование возможности оптической согласованной фильтрации для контроля геометрии деталей в точном приборостроении // Оптико-механическая промышленность. – 1982. – № 7. – с.15–17.
19. Парыгин В.Н., Балакший В.И. Оптическая обработка информации. – М.: изд. Московского ун-та, 1987. – 142 с.
20. Федоров И.Ю. Исследование когерентного динамического вейвлет коррелятора изображений: дис. канд. техн. наук: 01.04.21/ И.Ю. Федоров. – Санкт-Петербург, 2009. – 104с.
21. Якушенков Ю.Г. Теория и расчет оптико-электронных приборов. - 4 изд. - М.: Логос, 1999. - 480 с.
22. Свет В.Д. Оптические методы обработки сигналов. – М.: Энергия, 1971. – 104 с.
23. Прудников А.П. Интегралы и ряды. Элементарные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука, 1981. – 798с.

24. Zhang Lei, Zhong Xing, Jin Guang. Design of high resolution Fourier transform lens // Proc. of SPIE. – 2007. – Vol. 6722. – P. 672211-1 – 672211-6.
25. Айрапетян В.С. Физика лазеров: учебное пособие. – Новосибирск: СГГА, 2012. – 134 с.
26. Климков Ю.М. Основы расчета оптико-электронных приборов с лазерами. – М.: Сов. радио, 1978. – 264 с.
27. Miks, J. Novak Four-element optical system for Fourier transform // Proc. of SPIE. – 2004. – Vol. 5457. – P. 284–291.
28. W. Pijitrojana. Symmetrical Fourier transform lens design for signal processing optics // Thammasat Int. J. Sc. Tech. – 2005. – Vol. 10, No.3. – P. 73–93.
29. Вычислительная оптика: Справочник // М. М. Русинов, А. П. Грамматин, П. Д. Иванов и др. / Под. общ. ред. М. М. Русинова. – Л.: Машиностроение, 1984. – 424 с.
30. Неуймін О.С., Дяченко С.М. ПЗЗ-матриці // Вісник Національного технічного університету України "КПІ". Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2010.-№41. – С. 182–189.
31. Kodak Achieves New Breakthrough in Imaging Technology World's First 50 Megapixel CCD Sensor Sets New Standard for Professional Photographers // M2 Press WIRE. – July 2008.
32. Бобров С.Т., Грейсух Г.И., Туркевич Ю.Г. Оптика дифракционных элементов и систем. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние. – 1986. – 223 с.
33. Колобродов В.Г., Тымчик Г.С. Анализ оптических схем когерентных спектроанализаторов // Оптико-механическая промышленность. – 1982. – № 10. – С. 4–7.
34. Колобродов В.Г., Тымчик Г.С., Сахно С.П. Погрешность сборки и юстировки оптической системы когерентного спектроанализатора //

- Оптико-механическая промышленность. – 1983. – № 9. – С. 6–9.
35. Buralli D.A., Morris G.M. Design of a wide field diffractive landscape lens // *Applied Optics*. – 1989. – Vol.28, No.18. – P. 3950–3959.
36. Колобродов В.Г., Нгуен К.А., Тимчик Г.С. Можливість використання дифракційних лінз в когерентних спектроаналізатора // *Вісник НТУУ “КПІ”*. Серія приладобудування. – 2013. – Вип. 45. – С. 36–44.
37. Haldun M. Ozaktas, Hakan Urey. Space-bandwidth products of conventional Fourier transforming systems // *Optical Communications*. – 1993. – Vol. 104, No 1,2,3. – P. 29–31.
38. Kolobrodov V.G. [Geometrical noise bandwidth of thermal imager with matrix detector](#) // *Proc. of SPIE*. – Vol. 9066. – 2013. – P. 90660M-1–9066M-6.
39. Kolobrodov V.G., Tymchyk G.S., Nguen Q.A. The problems of designing coherent spectrum analyzers // *Proc. of SPIE*. – Vol. 9066. – 2013. – P. 90660N-1–9066N-7.
40. Колобродов В.Г., Лихоліт М.І. Проектування тепловізійних і телевізійних систем спостереження: підруч. – К.: НТУУ «КПІ», 2007. – 364 с.
41. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Специальные функции. – М.: Наука, 1983. – 752 с.
42. Митрофанов С.А. Крылов К.И., Прокопенко В.Т. Применение лазеров в машиностроении и приборостроении– Л.: Машиностроение, 1978. – 342 с.
43. Франсон М., Сланский С. Когерентность в оптике. – М.: Наука, 1967. – 220 с.
44. Lohman A.W., Dosch R.G., Mendovic D. et al. Space-bandwidth product of optical signals and systems // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 1996. – Vol. 13, No 3. – P. 470–473.

45. Pijitrojana W. Symmetrical Fourier transform lens design for signal processing optics // *Thammasat Int. J. Sc. Tech.* – 2005. – Vol. 10, No. 3. – P.73 – 93.
46. Проектирование оптических систем / Под ред. Р. Шеннона и Дж. Вайанта; пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 432 с.
47. Dale A. Buralli, G. Michael Morris / Design of a wide field diffractive landscape lens // *Applied optics.* – 1988. – Vol. 28, No.18. – P. 3950-3959.
48. Welford W. T. Aberrations of optical systems. – Hilger, Bristol, 1986. – 284 p.
49. Акаев А. А., Майоров С.А. Когерентные оптические вычислительные машины. – Л.: Машиностроение, 1977. – 440 с.
50. Москалев В.А. Теоретические основы оптико-физических исследований. – Л.: Машиностроение, 1987. – 316 с.
51. Таланчук П.М., Голубков С.П., Маслов В.П. Лазеры в контрольно-измерительной технике. – К.: Техника, 1992. – 363 с.
52. Колобродов В. Г., Тымчик Г.С. Возможность исследования микродефектов отражающих поверхностей и прозрачных плёнок с помощью когерентного спектроанализатора // *Оптико-механическая промышленность.* – 1980. – № 11. – С. 11–13.
53. Фризер Х. Фотографическая регистрация информации. – М.: Мир, 1978. – 323 с.
54. Коваль С.Т., Колобродов В.Г. Статистические характеристики коэффициента отражения некоторых зеркальных поверхностей // *Оптико-механическая промышленность.* – 1976. – № 6. – С. 6–10.
55. Косторнов А.Г. Проницаемые металлические волоконные материалы. – К.: Техника, 1983. – 318 с.
56. Косторнов А.Г., Кириченко О.В., Гужва Н.С. Термообработка металонаполненных целлюлозных войлоков и их прочностные свойства // *Порошковая металлургия.* – 1981. – № 12. – С. 26–30.

57. Сороко Л.М. Основы когерентной оптики и голографии / Л. М. Сороко. – М.: Наука, 1971. – 615 с.
58. Карлин С. Основы теории случайных процессов. – М. : Мир, 1971. – 536 с.
59. Большаков И.А. Прикладная теория случайных потоков. – М.: Сов. радио, 1978. – 247 с.
60. Абакшин Ю.Е., Коваленко Л.Г., Филимонов Р.П. Описание пространственного импульсного поля помех вероятностной моделью составного процесса // Автометрия. – 1975. – № 6. – С. 3–8.
61. Иваницкий Г.В., Куниский А.С. Исследование микроструктуры объектов методами когерентной оптики. – М.: Энергия, 1981. – 166 с.
62. Колобродов В.Г., Сахно С.П., Тымчик Г.С. Искажения Фурье-образа сигналов при гауссовом освещении входного транспаранта в когерентных оптических спектроанализаторах // Оптико-механическая промышленность. – 1984. – № 11. – С. 1–4.
63. Фесенко Н.И., Солодкин Ю.Н. Влияние положения детали в лазерном пучке на точность определения ее размера по дифракционной картине // Изв. вузов СССР. Сер. «Приборостроение». – 1983. – № 11. – Т. 26. – С. 56–62.
64. Горянинов В.Т., Журавлев А.В., Тихонов В.И. Статистическая радиотехника.– М.: Сов. радио, 1980. – 543 с.
65. Васильев Л.А., Еригов И.В.. Интерферометр с дифракционной решеткой. – М.: Машиностроение, 1976. – 232 с.
66. Голант М.Б., Маклакова А.А., Шур М.Б. Изготовление резонаторов и замедляющих систем электронных приборов. – М.: Сов. радио, 1969. – 408 с.
67. FRITSCH, "High-Tech Particle Sizing by FRITSCH," [Online]. Available: <http://www.fritsch-sizing.com/products/>. [Accessed 11 02 2014].