

УДК 617.75-535

І.Г. Чиж

ВИЗНАЧЕННЯ ПРОСТОРОВО-РОЗДІЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ І ГЛИБИНИ ФОКУСНОЇ ОБЛАСТІ ОПТИЧНОЇ СИСТЕМИ ОКА ЧЕРЕЗ РАДІУСИ ДРУГИХ ГАУССОВИХ МОМЕНТІВ ВІД ФУНКЦІЇ РОЗСІЮВАННЯ ТОЧКИ

Вступ

При офтальмологічних обстеженнях ока важливе значення надається контролю за гостротою зору. Цей параметр вважається вирішальним при визначенні професійної придатності людини, і саме він підлягає покращанню через застосування окулярів, контактних лінз або хірургічною корекцією зовнішньої поверхні рогівки [1].

Контроль за гостротою зору найчастіше здійснюють, використовуючи суб'єктивні показання пацієнта, який спостерігає таблиці знаків (таблиці Головіна–Сівцева, знаки Снеллена, кільця Ландольта тощо) або реагує на штучно створену на сітківці інтерференційну картину смуг з регульованою просторовою частотою. Відомі також і об'єктивні методи. Серед них – метод фіксування моменту припинення нистагму ока (невимушених рухів ока при спостереженні за об'єктом, що переміщується), коли роздільна здатність ока не дозволяє розрізнити об'єкт і стежити за його переміщенням [2], або метод, запозичений із технічної оптики, заснований на використанні модуляційної передавальної функції оптичної системи (ОС) ока [3, 4].

З визначенням гостроти зору пов'язана також оцінка глибини фокусної області або глибини простору, які око спостерігає з однаковою “різкістю”, якщо воно втратило здатність до акомодатції (пресбіопічне око), не має кришталика (афакічне око) або в нього вмонтований штучний кришталик (артифакічне око). Проблемою тут є те, що існуючі об'єктивні методи оцінки гостроти зору не досить точні через безліч різних причин. Одна з них – це відсутність математичної моделі, яка б дозволяла аналітично досліджувати параметри гостроти зору і пов'язаної з нею глибини фокусної області, виявляти вплив на вказані параметри аберацийних особливостей ОС ока.

Матеріал, викладений в даній статті, спрямований на часткове вирішення зазначеної проблеми.

Постановка задачі

Найбільшим недоліком існуючих суб'єктивних методів оцінки гостроти зору є можливість появи похибки, пов'язаної або з нерозумінням пацієнта (наприклад, дитини) того, що від нього вимагається під час обстежень, або з несумлінністю пацієнта щодо зацікавленості у кращих або, навпаки, гірших результатах оцінки гостроти свого зору. Об'єктивні методи позбавлені цієї вади, проте й вони разом із суб'єктивними мають загальний недолік, який полягає у відсутності можливості відокремлення впливу на гостроту зору стану оптичної системи ока та дії нейроапарата зорової системи. Без визначення такого впливу неможливо найефективніше корегувати вади ОС ока, що в першу чергу стосується хірургічних методів корекції [1]. Надії на виправлення такого стану останнім часом пов'язують з появою новітніх методів і апаратних засобів об'єктивної і, зокрема, рейтресінгової аберометрії ока [5]. Така аберометрія має потенційні можливості не тільки до здійснення оцінки якості зображень на сітківці з точністю, досягнутою в технічній оптиці, але й до виявлення причини погіршення гостроти зору, пов'язаної з наявністю в ОС ока тих чи інших абераций. Рейтресінгова аберометрія ока знаходиться у фазі розробки і вдосконалень, а тому на сьогодні ще існують задачі, які потребують свого розв'язання. Однією з них є створення математичних методів, які б на основі аберометричних даних дозволяли об'єктивно оцінювати якість зображень на сітківці і визначати обсяг псевдоакомодатції. У зв'язку з цим головними задачами даного дослідження слід вважати обґрунтування методу об'єктивної оцінки якості зображень на сітківці за даними аберометрії з прогнозуванням можливої гостроти зору при існуючому аберацийному стані ока та створення методики визначення за даними аберометрії глибини фокусної області і пов'язаної з нею величини обсягу псевдоакомодатції пресбіопічного, афакічного, артифакічного ока. Мета статті – підвищення ефективності рейтресінгової аберометрії ока через подальше вдосконалення її теоретичного забезпечення і апаратних засобів.

Методика визначення обмежень гостроти зору ока, пов'язаних з аберациями його оптичної системи

У праці [6] підкреслюється, що межа просторово-роздільної здатності нейроапарата зорового аналізатора зображень здатна забезпечувати для ока гостроту зору 3–4 одиниці (20–15 кут. с), яка значно вища, ніж та, що спостерігається в нормальному оці (1–1,5 одиниці – 60–40 кут. с). Існують дані про те, що дехто з людей має здатність спостерігати кратери і гори на Місяці неозброєним оком. Феномен дуже високої гостроти зору пояснюється, поперше, просторово-фільтруючою дією мозаїчного розташування фоторецепторів і їх геометричною формою, по-друге, проходженням світла між фоторецепторами з подальшим попаданням світла у волоски паличок і колбочок після його відбиття від пігментного шару, яке супроводжується ефектом Стайлса–Кроуфорда, що знижує негативну дію абераций променів, наближених до країв зіниць великих діаметрів і, по-третє, скануванням зображення – хаотичними мікрорухами ока – тремором і мікрофлуктуаціями акомодатції, які викликають швидкі переміщення зображення відносно фоторецепторів у напрямку трьох координатних осей (двох у площині сітківки і однієї вздовж візуальної осі). Все це робить такою попередню обробку світлового поля, яка при наявності на сітківці високоякісного зображення може забезпечити зоровому органу надроздільну здатність.

Головними факторами погіршення гостроти зору вважають вади оптичної системи ока, до яких відносять дифракцію світла на краях отвору зіниці (дифракцію Фраунгофера), геометричні абератії центрованої оптичної системи ока, абератії, пов'язані з деформацією оптичних поверхонь, нецентрованістю рогівки і кришталика та оптичні неоднорідності оптичних середовищ ока. Як показує офтальмологічна практика, якість зображення на сітківці еметропічного ока зумовлюється переважно наявністю дифракції, оптичних неоднорідностей, дольчатої структури кришталика. В аметропічного ока якість зображень погіршується насамперед через аметропію – дефокусування зображення на сітківці та через первинний астигматизм, що виникає внаслідок асиметрії (або деформації) передньої поверхні рогівки [1]. Тому дослідження впливу вад ОС ока на гостроту зору треба розпочинати саме з аналізу дії цих факторів.

Найповнішою характеристикою якості оптичного зображення є комплексна оптична передавальна функція, модуль якої – модуляційна передавальна функція (МПФ) – дозволяє об'єктивно визначити обмеження гостроти зору оптичною системою ока. Для знаходження межі просторово-роздільної здатності ОС ока треба відносно просторової частоти N у площині сітківки розв'язати рівняння

$$\text{МПФ}(N) = k_{\text{пор}}(N),$$

де $k_{\text{пор}}(N)$ – значення порогового контрасту зорової системи [7]. Хоч функція $k_{\text{пор}}(N)$ для кожного індивідуума має свій вигляд, однак її усереднені значення в умовах достатньої яскравості простору об'єктів навіть на частотах 150–200 лін/мм дають підставу вважати її константою з $k_{\text{пор}} = 0,02–0,05$.

Корінь $N_{\text{гр}}$ попереднього рівняння, вказує на величину граничної просторової частоти, що існує в просторовому спектрі зображення на сітківці, на яку ще реагує зоровий апарат.

Якщо гострота зору θ визначається як величина, обернена до кута просторового розділення ока, поданого в кутових хвилинах, то оптичну кутову просторово-роздільну здатність ОС ока $\theta_{\text{ос}}$ можна визначити аналогічно за формулою

$$\theta_{\text{ос}}[\text{лін/кут. хв}] = 2,9 \cdot 10^{-4} N_{\text{гр}} |f|, \quad (1)$$

де $|f|$ (в мм) – модуль передньої фокусної відстані ока; $N_{\text{гр}}$ – (в лін/мм). Відповідно до наведеної формули для ока з гостротою зору $\theta = 1$ і “стандартною” фокусною відстанню $|f| = 17,13$ мм значення $N_{\text{гр}}$ буде дорівнювати 201,3 лін/мм, або 59,8 лін/град в просторі об'єктів.

Для досліджень впливу названих вище первинних абераций ОС ока на величини $N_{\text{гр}}$ і $\theta_{\text{ос}}$ було використано модель ОС схематичного ока і добре відому в СНГ комп'ютерну програму аналізу оптичних систем “OPAL”, яка дозволяє знаходити точні значення МПФ(N) як ОС з дифракційною обмеженістю ОС, так і з абератійною. Як модель було використано схематичне око з конструктивними параметрами: радіус першої поверхні рогівки + 7,98 мм, другої – + 6,22 мм, першої поверхні кришталика + 10,2 мм, другої – 6,17 мм, осьова товщина рогівки 1,15 мм, товщина кришталика 4,06 мм, осьовий проміжок між рогівкою і криштали-

ком 2,39 мм. Показники заломлення рогівки 1,376, передньої камери 1,336, кришталіка 1,42, задньої камери 1,337. Це схематичне око наближене до моделі Каймана [8]. Характерним для цієї моделі є те, що при діаметрі зіниці 2 мм вона має дуже малу сферичну аберрацію, і тому якість зображення на осі в площині сітківки зумовлюється практично тільки дифракцією (див. графік на рис. 1,а МПФ(N) для 0 дптр). В даному випадку модель має $N_{гр} \approx 201$ лін/мм, що відповідає гостроті зору $\theta_{os} \approx 1$. При більших діаметрах зіниці з'являється помітна сферична аберрація, яку можна легко усунути асферизацією передньої поверхні рогівки, котру треба замінити на поверхню другого порядку з тим же радіусом та з квадратом ексцентриситету 0,938. Величина ексцентриситету свідчить про тип форми поверхні рогівки – сплюснутий еліпсоїд, який за своєю формою дуже наближений до параболоїда, що фактично властиво для живого ока.

Моделювання аметропії здійснювалося зміною радіусів поверхонь кришталіка так, як це відбувається в живому оці. Астигматизм моделювався наданням передній поверхні рогівки додаткової циліндричності (графіки МПФ(N) на рис. 1,б). При такому моделюванні аметропії і астигматизму площина аналізу (площина сітківки) залишалася в задньому фокусі еметропічного ока, акомодованого на нескінченність, що забезпечувало можливість порівнювати просторові частоти $N_{гр}$ при різній аметропії без масштабування. Величини аметропії і астигматизму моделі встановлювалися відповідно до

офтальмологічного стандарту [9]. У моделі свідомо не враховувався ефект Стейлса–Кроуфорда з огляду на те, що в діапазоні діаметрів зіниці до 4,0 мм (в якому заплановано здійснювати дослідження) його вплив на МПФ(N) був малопомітний. Для оцінки якості зображень на сітківці додатково (з метою порівняння і виявлення можливості до застосування) використовувалось число Штреля S (відношення освітленості в центрі аберраційного зображення точки до освітленості в центрі її безабераційного, дифракційного зображення).

Результати визначення при діаметрі зіниці 2 мм величин θ_{os} за допомогою знайдених МПФ(N) і числа Штреля (розрахунками в OPAL) подано на рис. 2. Розв'язання рівняння контрастів проводилося при пороговому контрасті $k_{пор} = 0,02$.

З аналізу графіків МПФ(N), θ_{os} і числа Штреля можна зробити відповідні висновки.

1. При змінах аметропії від нуля до 0,5–0,6 дптр і астигматизму – від нуля до ~ 1 дптр величина θ_{os} є практично сталою, хоч передача контрасту на середніх просторових частотах (50–100 лін/мм на сітківці) істотно погіршується (див. рис. 1). Подальше збільшення аметропії або астигматизму призводить до різкого зменшення величини θ_{os} з її наступним асимптотичним наближенням до нульового значення (див. рис. 2). При рівних (у діоптріях) значеннях аметропії і астигматизму перша вада ока порівняно з другою майже в два рази більше зменшує параметр θ_{os} .

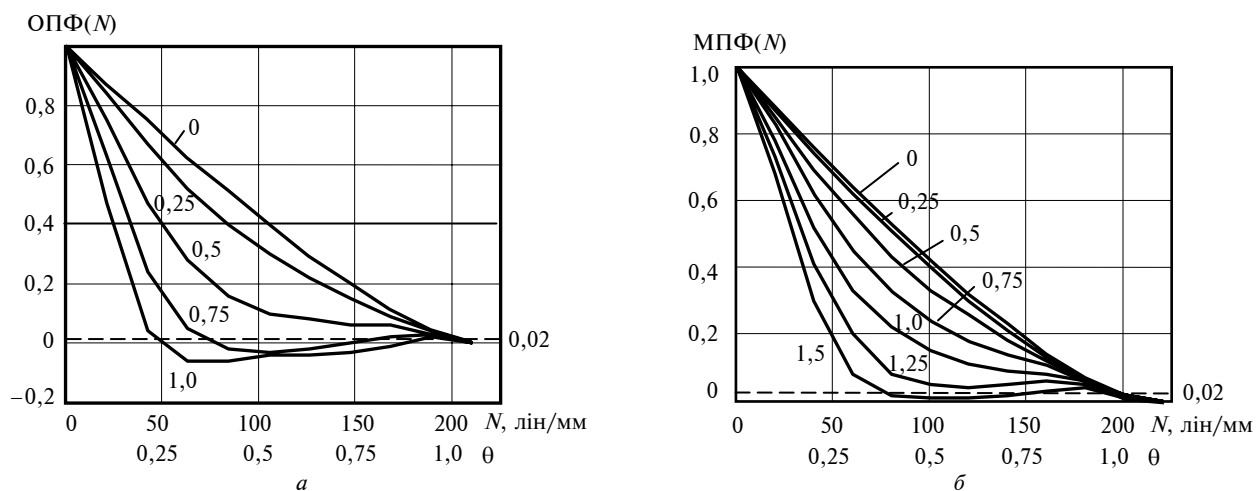


Рис. 1. Графіки ОПФ, МПФ ОС моделі ока: а – ОПФ ОС ока при наявності аметропії (міопії), вказаної на графіках у діоптріях; б – МПФ ОС ока при наявності астигматизму, показаного на графіках у діоптріях

2. Число Штреля S (рис. 2,а) зменшується від одиниці практично до нуля в діапазоні аметропії від нуля до 1 дптр і астигматизму – від нуля до 2 дптр, відповідно. Це дає підставу вважати його параметром якості, який є ефективним при малих абераціях, але мало придатним при великих абераціях ОС ока.

3. Змішування аметропії і астигматизму призводить до втрати центральної симетрії в розподілі освітленості в дифракційному зображенні точки (рис. 3). До того ж, в деяких випадках у цьому розподілі з'являється два максимуми (діаграми 1, 2 на рис. 3), які взагалі роблять некоректним використання числа Штреля. При наявності змішування аметропії і астигматизму графіки МПФ(N) мають різний вигляд у різних площинах (наприклад, у вертикальній і горизонтальній). З порівнянь графіків на рис. 2,а і б можна зробити висновок про мультиплікатив-

ний характер впливу окремих типів аберації ока на величину θ_{os} .

4. Результати моделювання корелюють з результатами клінічних досліджень залежності гостроти зору від величини аметропії і астигматизму, проведених на великій кількості пацієнтів і викладених у [1, 10, 11].

Хоч зроблені висновки стосуються випадку, коли зіниця ока має діаметр 2 мм, але вони залишаються коректними й для інших діаметрів зіниць – з перерахунком наведених вище величин аметропії і астигматизму методом їх перемноження на число $q = 2 : D_3$, де D_3 – діаметр зіниці.

Проведений аналіз показує, що використання МПФ(N) для визначення параметра θ_{os} є досить ефективним. Проте розрахунки МПФ(N) із залученням результатів рейтресінгової аборо-

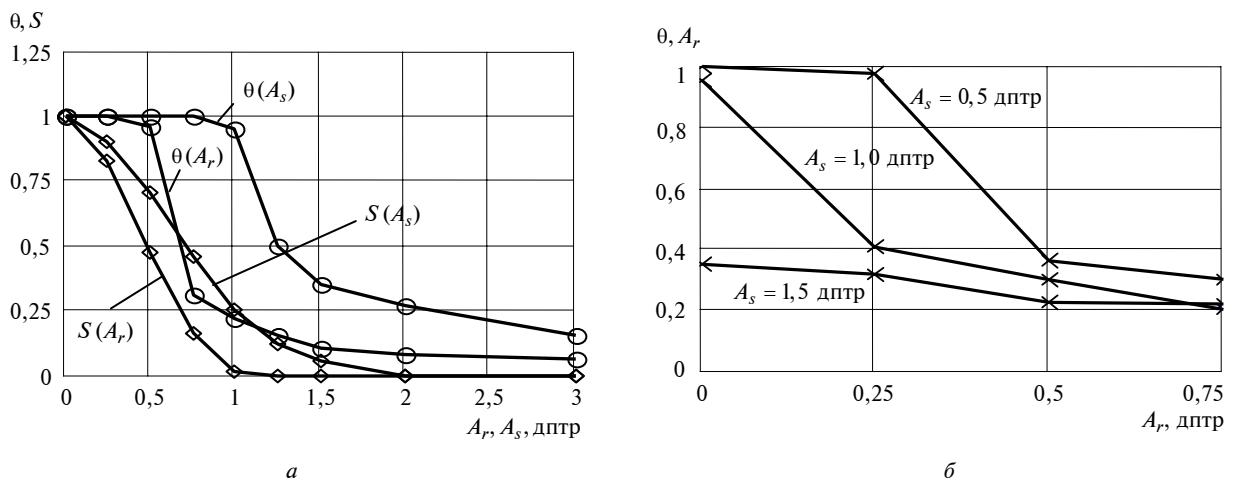


Рис. 2. Графіки залежності роздільної здатності θ і числа Штреля S від: а – чистої аметропії і чистого астигматизму; б – суміші аметропії і астигматизму

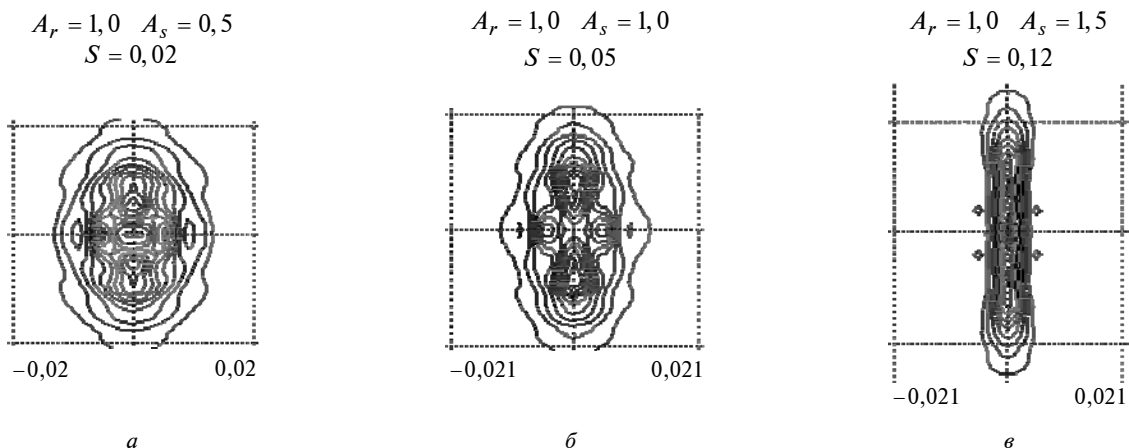


Рис. 3. Контурні графіки (в мм) розподілу освітленості в зображенні точки на сітківці при вказаному (в діоптріях) аметропії та астигматизмі

метрії до цього часу здійснюються числовими методами. При цьому втрачається можливість мати параметр θ_{os} в аналітичному вигляді з очевидною наявністю в його виразах аберацийних черніковських чи інших коефіцієнтів. З тієї ж причини так само не може бути здійснено аналітичне визначення глибини фокусної області.

Таким чином, оцінка параметра θ_{os} і глибини фокусної області за результатами фізичної рейтресінгової аберометрії з безпосереднім залученням аберацийних коефіцієнтів потребує використання іншого методу визначення МПФ(N). Розв'язанню цієї задачі присвячено наступний розділ даної статті.

Зв'язок між радіусами другого гауссового моменту від функції розсіювання точки і граничною просторовою частотою ОС ока

У статті [12] доведено, що МПФ(N) аберацийно обмежених ОС можна досить точно апроксимувати за допомогою радіусів полярного $\bar{\rho}$ і головних осьових r_{\max} , r_{\min} "світлових" моментів інерції, знайдених з розподілу освітленості в зображенні точки.

Якщо аберации ОС мають осьову симетрію, то таку ж симетрію має МПФ(N), і тоді можна обмежитися розглядом тільки радіуса полярного моменту [12]:

$$\bar{\rho}^2 = \frac{2}{A^2} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{m}{2} [(\alpha_{m,m}^c)^2 + (\alpha_{m,m}^s)^2] + \sum_{k=1}^{\infty} (2k+m) [(\alpha_{2k+m,m}^c)^2 + (\alpha_{2k+m,m}^s)^2] \right\}, \quad (2)$$

де $A = n' \sin \sigma'_a$ – числова апертура ОС ока в просторі зображень, тобто в зоні сітківки; $\alpha_{2k+m,m}^c, \alpha_{2k+m,m}^s$ – коефіцієнти при поліномах Лукоша, які обчислюються через коефіцієнти при поліномах Черніке $C_{2k+m,m}$ і $S_{2k+m,m}$ за формулами [12]

$$\alpha_{2k+m,m}^c = \sum_{k=\frac{n-m}{2}}^{\infty} C_{2k+m,m}, \quad (3)$$

$$\alpha_{2k+m,m}^s = \sum_{k=\frac{n-m}{2}}^{\infty} S_{2k+m,m}, \quad (4)$$

в яких значення черніковських коефіцієнтів $C_{2k+m,m}$ і $S_{2k+m,m}$ відповідають зображенню функції хвильової аберации ОС у вигляді

$$W(\rho, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} p_{2k+m}^m R_n^m(\rho) [C_{n,m} \cos m\varphi + S_{n,m} \sin m\varphi]$$

та в поліномах Лукоша

$$W(\rho, \varphi) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} p_{2k+m}^m [R_{2k+m}^m(\rho) - R_{2k+m-2}^m(\rho)] \times [\alpha_{2k+m,m}^c \cos m\varphi + \alpha_{2k+m,m}^s \sin m\varphi],$$

$$\text{де } p_{2k+m}^m = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & m = 0, \\ 1, & m \neq 0. \end{cases}$$

Для ОС з осьовою симетрією МПФ(N) визначається через радіус полярного моменту і згідно з [12] має апроксимацію

$$\text{МПФ}(N) = \left\{ 1 - \left(\frac{N}{N_{\text{гр}}} \right)^{K_1} \exp \left[1 - \left(\frac{N}{N_{\text{гр}}} \right)^{K_1} \right] \right\}^{K_2}, \quad (5)$$

де N – радіальна просторова частота;

$$N_{\text{гр}} = \frac{K_3}{\sqrt{0,5\bar{\rho}^2}}. \quad (6)$$

Числові значення апроксимаційних емпіричних чисел K_1, K_2, K_3 наведено в статті [12].

У тих випадках, коли аберация пляма на сітківці має не круглу форму (наприклад, при наявності в ОС ока різних степеневих порядків астигматизму чи коми), характер розподілу освітленості зумовлює наявність у ній основних осьових "моментів інерції" і пов'язаних з ними основних перерізів ОС ока. Апроксимація МПФ в основних перерізах здійснюється при цьому через радіуси основних моментів інерції r_{\max} і r_{\min} , а положення основних перерізів визначається кутами φ_{\max} і φ_{\min} , які розраховуються за формулами [12]

$$r_{\max}^2 = \frac{1}{2} \bar{\rho}^2 + \sqrt{\frac{(r_x^2 - r_y^2)^2}{4} + r_{xy}^4}, \quad (7)$$

$$r_{\min}^2 = \frac{1}{2} \bar{\rho}^2 - \sqrt{\frac{(r_x^2 - r_y^2)^2}{4} + r_{xy}^4}, \quad (8)$$

$$\varphi_{\max} = - \left(\frac{I_{xy}}{2|I_{xy}|} \right) \arccos \frac{r_x^2 - r_y^2}{\sqrt{(r_x^2 - r_y^2)^2 + 4r_{xy}^4}}, \quad (9)$$

$$\varphi_{\min} = \varphi_{\max} + 90^\circ, \quad (10)$$

де

$$r_x^2 - r_y^2 = \frac{2}{A^2} \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{4}{\sqrt{2}} (\alpha_{2,0}^c \alpha_{2,2}^c + 2\alpha_{4,0}^c \alpha_{4,2}^c + \right. \\ & \left. + 3\alpha_{6,0}^c \alpha_{6,2}^c + \dots) + \right. \\ & \left. + \frac{3}{2} [(\alpha_{3,1}^c)^2 - (\alpha_{3,1}^s)^2] + \right. \\ & \left. + \frac{5}{2} [(\alpha_{5,1}^c)^2 - (\alpha_{5,1}^s)^2 + \dots] \right\}; \\ r_{xy}^2 = \frac{1}{A^2} & \left[\frac{4}{\sqrt{2}} (\alpha_{2,0}^c \alpha_{2,2}^s + 2\alpha_{4,0}^c \alpha_{4,2}^s + 3\alpha_{6,0}^c \alpha_{6,2}^s + \dots) + \right. \\ & \left. + 3\alpha_{3,1}^c \alpha_{3,1}^s + 5\alpha_{5,1}^c \alpha_{5,1}^s + \dots \right]. \end{aligned} \right.$$

Зауважимо, що при використанні формул радіусів полярного і осьових моментів під знаками сум треба виключати складові з коефіцієнтами дисторсії, тобто виконувати умову $\alpha_{l,1}^c = 0$ і $\alpha_{l,1}^s = 0$, тому що дисторсія не порушує гомоцентричності пучків променів, а отже, і не вносить зміни в розподіл світла в аберацийній плямі і не впливає на просторово-роздільну здатність ОС. Проте дисторсійний зсув змінює положення центра ваги плями і змінює радіуси моментів, чого при аналізі МПФ треба уникати.

Наведені вирази демонструють можливість мати апроксимацію МПФ і формули граничної просторової частоти $N_{\text{гр}}$ з явною присутністю в них коефіцієнтів абераций ОС ока. В свою чергу це дозволяє детально аналізувати залежності від наявних абераций роздільної здатності ОС ока θ_{os} і пов'язаної з нею глибини фокусної області. Проте коректне використання на практиці наведених формул потребує попереднього виявлення в ОС дифракційної або аберацийної обмеженості якості зображень на сітківці.

Дійсно, при відсутності абераций величини радіусів моментів інерції, обчислені через коефіцієнти при поліномах Церніке $C_{2k+m,m}$ і $S_{2k+m,m}$, будуть дорівнювати нулю, а величина $N_{\text{гр}}$ сягатиме нескінченності. В такому випад-

ку ОС ока фактично є дифракційно обмеженою, а її МПФ(N) може обчислюватись за формулою [12]

$$\text{МПФ}(N) = \left\{ 1 - \left(\frac{N}{N_{\text{гр}}} \right)^{1,1} \exp \left[1 - \left(\frac{N}{N_{\text{гр}}} \right)^{1,1} \right] \right\}^{0,6}, \quad (11)$$

$$N_{\text{гр}} = \frac{2A}{\lambda} \cong \frac{1,337D_3}{\lambda f'}, \quad (12)$$

де λ – довжина світлової хвилі; f' – задня фокусна відстань ока.

Зауважимо, що значення МПФ(N), згідно з формулою (11), на всьому діапазоні частот N – від нуля до $N_{\text{гр}}$ – відрізняються від точних аналітичних значень цієї функції не більше ніж на 1%.

Аналіз впливу на МПФ(N) значень $\bar{\rho}^2$, знайдених за формулою (2), показав, що:

1) якщо $\sqrt{\bar{\rho}^2} < \frac{0,16\lambda}{A}$, то оптична система ока практично є безабераційною, а її МПФ(N) можна зображати виразами (11) і (12);

2) при $\frac{0,16\lambda}{A} \leq \sqrt{\bar{\rho}^2} \leq \frac{0,8\lambda}{A}$ ОС ока має аберации, які погіршують передачу контрасту на середніх просторових частотах, але практично не впливають на величину $N_{\text{гр}}$;

3) коли $\sqrt{\bar{\rho}^2} \leq \frac{0,8\lambda}{A}$, то для обчислення θ_{os} за формулою (1) величину $N_{\text{гр}}$ можна визначати або з рівняння контрастів $\text{МПФ}(N_{\text{гр}}) = 0,02-0,04$, або з деякою невеликою похибкою – за формулою (12);

4) при значеннях $\sqrt{\bar{\rho}^2} > \frac{0,8\lambda}{A}$ з'являється тенденція до явної обернено пропорційної залежності між $N_{\text{гр}}$ і $\sqrt{\bar{\rho}^2}$, тому в даному діапазоні значень $\bar{\rho}$ розрахунки $N_{\text{гр}}$ можна здійснювати за формулою (6).

Зміст положень, викладених у пунктах 1–4, поширюється також на випадки визначення $N_{\text{гр}}$ в основних перерізах ОС ока, в яких роздільна здатність є екстремальною.

Перевірку коректності положень п. 4 було здійснено розрахунками величини $N_{\text{гр}}$ двома незалежними один від одного методами: першим – за допомогою програми OPAL, в якій

використовувався алгоритм розрахунків автокореляції знічної функції, що забезпечує точне визначення МПФ навіть із врахуванням дії дифракції, і другим – за допомогою формул (2)–(12). На рис. 4 показано графіки $N_{гр}$ як функцій величин аметропії і астигматизму ОС ока. Оцінка $N_{гр}$ проводилася в астигматичному оці в площині найчіткішого зображення, в якій світлова пляма має круглу форму. Тому розрахунки $N_{гр}$ у чисто міопічного (рис. 4,а) та в чисто астигматичного ока (рис. 4,б) здійснювалися за допомогою формул (2), (3), (6) при $K_3 = 0,328$ [12].

У випадку змішування аметропії і астигматизму (рис. 4,в) світлова пляма має еліпсоїдальну форму, витягнуту вздовж вертикальної осі. Тому в даному випадку обчислення $N_{гр}$ виконувалось за формулою (6) при $K_3 = 0,328$, але з підстановкою замість радіуса полярного моменту – $\bar{\rho}$ радіуса осьового моменту r_{max} , обчисленого за формулою (7). Значення $N_{гр}$, знай-

дені за формулами (2), (3), (6) і (7) при названих величинах аметропії і астигматизму, позначені на графіках “x”.

Наведені графіки підтверджують коректність п. 4, а також той факт, що із збільшенням аметропії і астигматизму величина $N_{гр}$, знайдена за допомогою радіусів других гауссових моментів, наближається до точних значень $N_{гр}$, розрахованих в OPAL. При діаметрі зіниці 4 мм графіки достатньо точно збігаються практично на всьому діапазоні аметропії і астигматизму. Розбіжності між графіками при діаметрі зіниці 2 мм зумовлюються відсутністю можливості врахування в апроксимаційних коефіцієнтах поліномів $W(\rho, \varphi)$ дії дифракції, яка є істотною при малих абераціях ОС ока і малих (≤ 2 мм) діаметрах зіниці.

Таким чином, за винятком дифракційної обмеженості ОС ока її просторово-роздільну здатність (θ_{os}) можна знайти за формулою (1) з використанням величин $N_{гр}$, які визначаються радіусами $\bar{\rho}$, r_{max} і r_{min} . При цьому

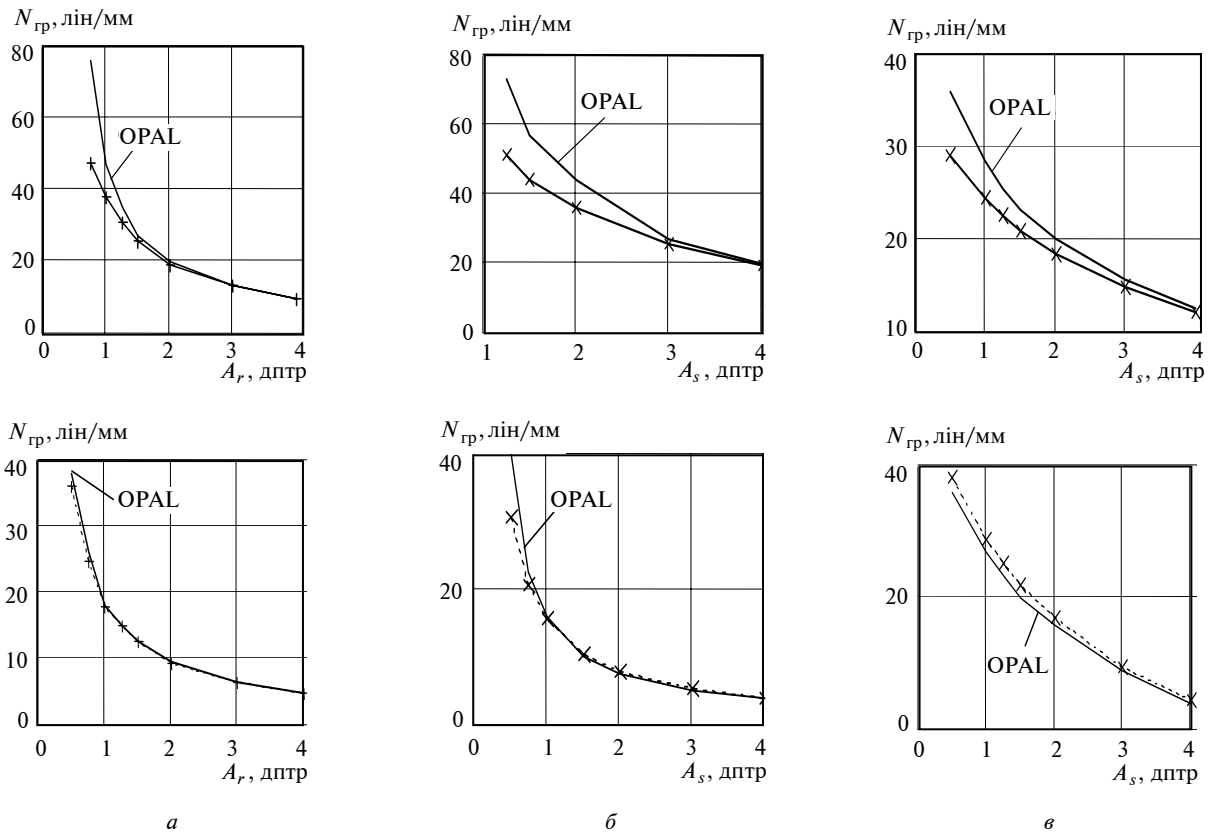


Рис. 4. Графіки залежності $N_{гр}$ від величини аметропії і астигматизму ОС ока: а – міопічне око; A_r – величина аметропії; б – астигматичне око; A_s – величина астигматизму; в – астигматичне око з міопією 1 дптр. Діаметр зіниці – 2 мм (верхній рядок) та 4 мм (нижній рядок), довжина світлової хвилі – 0,55 мкм

треба враховувати й той факт, що функції $\bar{\rho}$, r_{\max} і r_{\min} мають екстремум (мінімум), залежний від апроксимаційного коефіцієнта $\alpha_{2,0}^C$, який, в свою чергу, залежить від аберації дефокусування зображення, тобто від церніковського коефіцієнта $C_{2,0}$. Якщо ОС ока не має сферичної аберації, тобто $C_{4,0} = C_{6,0} = \dots = 0$, то, згідно з (3), $\alpha_{2,0}^C = C_{2,0}$, і радіус $\bar{\rho}$ стане мінімальним при $\alpha_{2,0}^C = C_{2,0} = 0$. При наявності сферичної аберації різних степеневих порядків величини $\bar{\rho}$, r_{\max} і r_{\min} мають мінімальні значення, якщо $C_{2,0}$ дорівнює з протилежним знаком алгебраїчній сумі всіх аберацій нульової моди, тобто сферичних аберацій всіх степеневих порядків. Саме при такому значенні $C_{2,0}$ треба визначати загальну чи в основних перерізах просторово-роздільну здатність ОС ока, оскільки тільки в даному випадку вона буде найбільшою.

Вигляд формул радіусів $\bar{\rho}$, r_{\max} і r_{\min} також вказує й на те, що окремі наявні в структурі $W(\rho, \varphi)$ моди поліномів, які визначають відповідні типи аберацій ока, лише погіршують гостроту зору і не можуть бути взаємокомпенсованими. Зменшення величин названих радіусів з метою збільшення просторово-роздільної здатності ОС ока можливе лише при зменшенні величини апроксимаційних лукошівських коефіцієнтів $\alpha_{2k+m,m}^C$ і $\alpha_{2k+m,m}^S$ завдяки взаємній компенсації аберацій, належних тільки одній моді, як це й було пояснено вище на прикладі моди $m=0$ (моди осьових аберацій – дефокуса і сферичних всіх степеневих порядків). Зменшення радіусів гауссових моментів треба здійснювати лише до величин, вказаних у пунктах 2 і 3, менше яких величину $N_{\text{гр}}$ зумовлює переважно дифракція світла на зіниці ока.

Зв'язок між радіусами другого гауссового моменту і глибиною фокусної області

Фокусна область – це сукупність зображень осьових точок простору предметів, які око бачить без зміни акомодатії з однакою різкістю [1]. Глибину фокусної області в офтальмології прийнято визначати через різницю поданих у діоптріях відстаней між точками простору предметів, оптично спряжених з краями фокусної області

Фокусна область переважно зумовлена астигматизмом. У цьому випадку її називають коноїдом Штурма. Проте й інші аберації типу первинної коми і сфероастигматизму різних степеневих порядків теж викликають наявність аналогічної, розтягнутої вздовж візуальної осі світлової плями.

Доведемо, що радіуси гауссових моментів можна використовувати для визначення глибини фокусної області.

Нехай оптична система має деякі аберації. Переміщення будь-якої предметної точки вздовж візуальної осі ока призводить до зміни розмірів і розподілу світла у світловій плямі – зображенні цієї точки на сітківці, а отже, відповідно й до зміни радіусів гауссових моментів. Дві точки простору предметів будемо вважати такими, які око сприймає як ізопланатичні, якщо радіуси гауссових моментів цих світлових плям на сітківці мають однакову величину. Сукупність розташованих у зоні сітківки вздовж візуальної осі світлових плям з однакою полярним радіусом моменту інерції або з таким, що змінюється непомітно для ока, назвемо фокусною областю (ФО). Серед цих світлових плям обов'язково має знаходитися й та, що має найменший радіус моменту інерції, тобто яка належить площині найякіснішого зображення.

При пошуку в такий спосіб глибини фокусної області основне питання полягає в тому, як визначити ту зміну радіуса моменту інерції у світловій плямі, яку око практично не сприймає. Зрозуміло, що простої відповіді на це питання нема, оскільки зоровий апарат має властивість пристосовуватися до умов спостережень. Як наслідок, в кожному окремому випадку глибина фокусної області може бути різною. Тому визначення глибини фокусної області треба обов'язково супроводжувати обґрунтуванням критерію, за яким вона оцінюється.

Враховуючи результати попереднього аналізу МПФ(N), можна стверджувати, що глибину фокусної області доцільно оцінювати в нормальних умовах спостережень із врахуванням типу обмеженості роздільної здатності ОС ока – дифракційної або абераційної.

При умові $\sqrt{\rho^2} < \frac{0,8\lambda}{A}$, коли величина $N_{\text{гр}}$ зумовлюється дифракцією (див. рис. 1,а), фізично реалізуємо дефокусування зображення на сітківці в міопічному і гіперметропічному напрямках на $\sim 0,65$ дптр, і це не призводить до зміни величини $N_{\text{гр}}$, встановленої за заданим пороговим контрастом. Такий діапазон дефо-

кусування зумовлює глибину фокусної області $A_{\Phi O}$ і дорівнює $2 \cdot 0,65 = 1,3$ дптр. Ця величина $A_{\Phi O}$ є коректною для діаметра зіниці 2 мм. Для інших діаметрів зіниці (виходячи з факту обернено пропорційної залежності $N_{гр}$ від діаметра зіниці D_3) глибину фокусної відстані слід обчислювати за формулою $A_{\Phi O} = 1,3q$ [дптр], де $q = 0,5D_3$. Нижче в таблиці для різних значень діаметрів зіниці показані радіуси полярних моментів і значення $A_{\Phi O}$ знайдені за наведеною формулою. Розрахунки здійснено при $\lambda = 0,55$ мкм і передній фокусній відстані схематичного ока 17,12 мм.

Як видно з табл. 1, розрахункові величини $A_{\Phi O}$ (третьій стовпчик) не суперечить тим, що містяться в четвертому стовпчику знайдених вимірюваннями на живому еметропічному оці людини.

Таблиця 1.

D_3 [мм]	$\sqrt{\bar{\rho}^2}$ [мкм]	$A_{\Phi O}$ [дптр]	$A_{\Phi O}$ [дптр], [1]
2	$\leq 1,51$	1,3	0,88–1
3	$\leq 1,0$	0,87	0,6
4	$\leq 0,76$	0,65	–
5	$\leq 0,61$	0,52	0,4–0,6
6	$\leq 0,51$	0,43	0,36

При $\sqrt{\bar{\rho}^2} > \frac{0,8\lambda}{A}$, тобто при наявності в ОС ока фактично абераційної обмеженості якості зображень на сітківці, глибину фокусної області пропонується визначати за припустимим збільшенням радіуса $\bar{\rho}$ на величину, яка відповідає половині діапазону прийнятої в офтальмології градації гостроти зору: 1,0; 0,9, ..., 0,2; 0,1, в яку попадає ОС ока з відповідною оптичною кутовою роздільною здатністю, знайденою за формулою (1) і (6)–(12). Згідно з цим правилом, припустиме збільшення $K_{\bar{\rho}}$ величини $\bar{\rho}$ обчислюється за формулою $K_{\bar{\rho}} = \frac{\theta(\bar{\rho})}{\theta(\bar{\rho}) - 0,05}$, а діапазон припустимого дефокусування зображення відносно сітківки знаходиться із розв'язання рівняння (13) щодо черніковського коефіцієнта дефокусування $C_{2,0}$:

$$\frac{\bar{\rho}(C_{2,0})}{\bar{\rho}_{\min}} = K_{\bar{\rho}}, \quad (13)$$

де $\bar{\rho}_{\min}$ – найменше значення $\bar{\rho}$, що відповідає значенню лукошівського коефіцієнта $\alpha_{2,0}^C = 0$.

Оскільки рівняння (13) має два корені: $C_{2,0}^{\min}$ і $C_{2,0}^{\max}$, то максимальна глибина фокусної області $A_{\Phi O}$ обчислюється за формулою (14), яка взята із [13] і пристосована до прийнятого в даній статті нормування коефіцієнтів Церніке у виразах $W(\rho, \varphi)$:

$$A_{\Phi O}[\text{дптр}] = \frac{4000(C_{2,0}^{\max} - C_{2,0}^{\min})}{\sqrt{2}r_m^2},$$

$$r_m = 0,5D_3. \quad (14)$$

Використання формули (14) потребує аналізу фізичної можливості забезпечення розміщення об'єктів перед оком, оскільки вони не можуть знаходитись за оком.

Зробимо оцінку глибини фокусної області з використанням наведеної методики на моделі ОС ока. Нехай модель буде еметропічною або з коригованою аметропією, але з невеликою сферичною аберацією, астигматизмом величиною 1,0 дптр і невеликою комою. Такий абераційний склад забезпечує модель ОС ока при діаметрі зіниці 4 мм і нахилі світлового пучка до оптичної осі під кутом 2°. Розрахунки черніковських коефіцієнтів для цього пучка, здійснені за допомогою програми OPAL, привели до таких результатів: дефокусування $C_{2,0} = 0$; сферична аберація 3-го степеневого порядку $C_{4,0} = -0,00257$; 5-го порядку $C_{6,0} = -0,0035$; первинний астигматизм міопічного типу $C_{2,2} = -1,033$; астигматизм 3-го степеневого порядку $C_{4,2} = 0,0027$; первинна кома $C_{3,1} = 0,15$; кома 3-го порядку $C_{5,1} = 0,0003$. Всі ці коефіцієнти мають розмірність мкм і нормовані відповідно до наведеного в даній статті математичного зображення функції $W(\rho, \varphi)$. Інші коефіцієнти з огляду на їх дуже малі значення – відкинуті. Коефіцієнт дисторсії $C_{1,1}$, який входить до класичної коми, також відкинуто з метою розміщення “центра ваги” світлової плями на основному промені світлового пучка.

Лукашівські коефіцієнти, які треба в даному випадку застосовувати у формулі (2), мають відповідно (3) вирази: $\alpha_{2,0}^C = C_{2,0} + C_{4,0} + C_{6,0}$; $\alpha_{4,0}^C = C_{4,0} + C_{6,0}$; $\alpha_{6,0}^C = C_{6,0}$; $\alpha_{2,2}^C = C_{2,2} +$

+ $C_{4,2}$; $\alpha_{4,2}^C = C_{4,2}$; $\alpha_{3,1}^C = C_{3,1} + C_{5,1}$; $\alpha_{5,1}^C = C_{5,1}$.
Згідно з формулою (2) при $A = 0,11391$ матимемо

$$\bar{\rho} = \frac{\sqrt{2}}{A} [2(\alpha_{2,0}^C)^2 + 4(\alpha_{4,0}^C)^2 + 6(\alpha_{6,0}^C)^2 + (\alpha_{2,2}^C)^2 + 4(\alpha_{4,2}^C)^2 + 6(\alpha_{6,2}^C)^2 + 3(\alpha_{3,1}^C)^2 + 5(\alpha_{5,1}^C)^2]^{\frac{1}{2}} = 0,0132 \text{ [мм]}.$$

Радіус $\bar{\rho}$ має мінімальне значення при дефокусуванні площини зображення щодо сітківки на величину, яка забезпечує виконання умови $\alpha_{2,0}^C = 0$, тобто при $C_{2,0} = -(C_{4,0} + C_{6,0}) = 0,00607$ мм. Тоді значення $\bar{\rho}$ внаслідок наявності невеликої сферичної аберації дещо змінюється і становить $\bar{\rho}_{\min} = 0,013198$ мм. Гранична частота, при якій МПФ(N) набуває першого нульового значення згідно з (6) і при $K_3 = 0,328$ має величину $N_{\text{гр}} = 35,15$ [лін/мм] (точний розрахунок в OPAL дає $N_{\text{гр}} = 40$ [лін/мм]). При цьому згідно з (1) $\theta_{\text{ос}} = 0,1745$, а припустиме збільшення знайденої величини $\theta_{\text{ос}}$ становитиме

$$K_{\bar{\rho}} = \frac{0,1745}{0,1745 - 0,05} = 1,402.$$

Коефіцієнт $K_{\bar{\rho}}$ дозволяє знайти припустиме збільшення радіуса $\bar{\rho}_{\min}$, зумовлене дефокусуванням зображення на сітківці, тобто визначити те значення $C_{2,0}$, при якому радіус $\bar{\rho}$ збільшується від мінімального значення до значення $0,013198 \cdot 1,402 = 0,01825$ [мм].

На рис. 5 зображено графіки залежності $\bar{\rho}[A_r(C_{2,0})]$. Для зручності аналізу на горизонтальній осі графіків відкладено величини аметропії, пропорційні $C_{2,0}$, які при умові класичного нормування церніковських коефіцієнтів нульової моди та, згідно з [13] обчислюється за формулою $A_r(C_{2,0}) = \frac{4000 C_{2,0}}{\sqrt{2} r_m^2}$.

ропії, пропорційні $C_{2,0}$, які при умові класичного нормування церніковських коефіцієнтів нульової моди та, згідно з [13] обчислюється за формулою $A_r(C_{2,0}) = \frac{4000 C_{2,0}}{\sqrt{2} r_m^2}$.

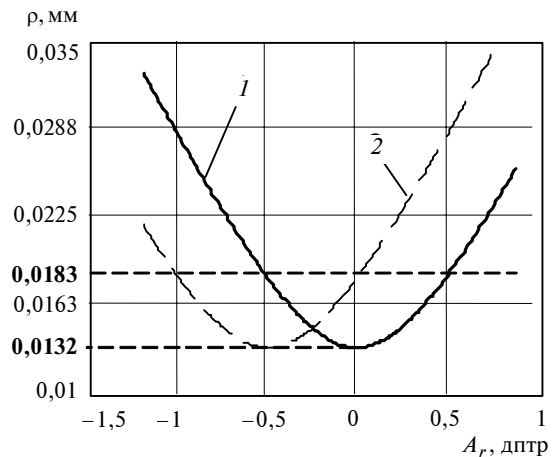


Рис. 5. До визначення глибини фокусної області. Акомодация ока: 1 – на нескінченність; 2 – на 2 м

При сталій акомодации еметропічного ока на нескінченність припустиме дефокусування зображення, тобто глибину фокусної області можна знайти за допомогою кривої 1, рис. 5. Так, за умови $\bar{\rho} \leq 0,01825$ мм фізична реалізація фокусної області належить діапазону відстаней до осевих точок простору об'єктів $[-0,5-0]$ дптр, тому величина $A_{\text{фо}} \cong 0,5$ дптр. Тут враховано те, що еметропічне око, акомодоване на нескінченність, не може створювати перед сітківкою зображення тих об'єктів, які знаходяться в просторі перед оком, а тому гіперметропічна частина A_r відкинута.

Якщо ж око має міопію $-0,5$ дптр або сталу акомодацию на відстань 2 м ($0,5$ дптр), то крива (див. рис. 5) переміщується вліво на $0,5$ дптр

Таблиця 2. Спот-діаграми зображення точки простору об'єктів

Око, акомодоване на відстань 2 м (0,5 дптр)				
Відстань в діоптріях від ока до точки простору об'єктів				
0	-0,25	-0,5	-0,75	-1,0
Еволюція форми світлової плями				
		Розмір плями: 38 × 34 мкм		

(його нове положення – крива 2). Тоді глибина фокусної області, що фізично реалізується, відповідає відстаням до об'єктів $[-1-0]$ дптр. Глибина фокусної області збільшується до $A_{FO} \approx 1$ дптр. Око при цьому бачить простір з однаковою різкістю від 1 м до нескінченності. В табл. 2 показано вигляд світлових плям – зображень точок, що належать названій області простору об'єктів, які через перевагу астигматизму над іншими аберациями фактично утворюють коноід Штурма. Точкові діаграми цих плям побудовано за допомогою програми OPAL.

Висновки

1. Математичні вирази просторово-роздільної здатності і глибини фокусної області, вперше визначені через радіуси полярного та осьових світлових “моментів інерції” функції розсіювання точки, дозволяють здійснювати точний кількісний аналіз впливу на вказані характеристики всіх існуючих абераций ока і обґрунтувати їх корекцію.
2. Радіуси вказаних в п. 1 моментів виявилися непридатними для використання у випадках суто дифракційної обмеженості якості зображень на сітківці, але дали можливість формально визначати належність ОС ока до одного з трьох типів: дифракційно обмеженого,

абераційно обмеженого та ОС із змішаною дифракційно-абераційною обмеженістю.

3. Для оцінки якості зображень на сітківці ока з дифракційно-абераційною обмеженістю доцільно використовувати число Штреля. Для ОС ока з абераційною обмеженістю треба брати радіуси “моментів інерції” від розподілу освітленості в абераційній плямі.

4. Точність визначення через вказані в п. 3 радіуси просторової частоти, при якій модуляційна передавальна функція отримує нульове значення, зростає при збільшенні аберацій ОС ока і може вважатися такою, що задовольняє практичні потреби при аналізі характеристик абераційно спотворених зображень на сітківці.

5. Знайдені математичні вирази глибини фокусної області дозволяють визначати склад і величини залишкових, некоригованих аберацій ОС ока, які збільшують обсяг псевдоакомодації пресбіопічного, афакічного чи артіфакічного ока до потрібної величини з припустимим погіршенням його просторово-роздільної здатності.

6. Використання результатів даного дослідження в аберометрії ока, і, зокрема, в рейтросінговій аберометрії дозволить підвищити ефективність абераційного аналізу ОС ока і здійснити подальші детальніші дослідження природи феномену високої і надвисокої гостроти зору людини.

И.Г. Чиж

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ И ГЛУБИНЫ ФОКУСНОЙ ОБЛАСТИ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ГЛАЗА ПРИ ПОМОЩИ РАДИУСОВ ВТОРЫХ ГАУССОВЫХ МОМЕНТОВ ОТ ФУНКЦИИ РАССЕЙЯНИЯ ТОЧКИ

Разработан математический аппарат для расчетов пространственно-разрешающей способности и глубины фокусной области оптической системы глаза с использованием радиусов световых “моментов инерции” распределения освещенности в аберационном изображении точки на сетчатке. Показано, что эта задача эффективно решается при условии изображения функции волновой аберации церниковскими полиномами в форме Лукоша.

I.H. Chyzh

DETERMINATION OF SPATIAL RESOLUTION AND FOCAL-AREA DEPTH OF THE EYE'S OPTICAL SYSTEM BY MEANS OF THE SECOND GAUSS MOMENTS OF A POINT-SPREAD FUNCTION

A mathematical apparatus is developed for calculation of spatial resolution and focal-area depth of the eye optical system. It uses the radii values of “inertia moments” of irradiance distributions in an aberration image of a point at the retina. It is shown that the specified problem is effectively solved when representing a wave-aberration function with Zernike polynomials in the Lucosch form of.

1. Сергиенко Н.М. Офтальмологическая оптика. – М.: Медицина, 1991. – 142 с.
2. Урмахер Л.С., Айзеништат Л.И. Офтальмологические приборы. – М.: Медицина, 1988. – 288 с.
3. Liang J. and Williams D.R. Aberrations and retinal image quality of the normal human eye // J. Opt. Soc. Am. A 1997. – **14**, N 11. – P. 2873–2883.
4. Островская М.А. Частотно-контрастные характеристики глаза // Опт.-мех. промышленность. – 1969. – № 2. – С. 45–54.
5. Чиж І.Г., Сокурєнко В.М. Методи вимірювання рефракції ока з просторовим розрешенням по зрачку // Опт. журн. – 2001. – **68**, № 3. – С. 19–25.
6. Сергиенко Н.М., Молебний В.В. Современные достижения в изучении оптической системы человеческого глаза // Медицинский всевіт. – 2002. – **2**. – С. 100–104.
7. Волков В.В., Луизов А.В. и др. Эргономика зрительной деятельности человека. – Л.: Машиностроение, 1989. – 109 с.
8. Kooyman A. Light distribution on the retina of a wide-angle theoretical eye // J. Opt. Soc. Am. – 1983. – **73**. – P. 1544–1550.
9. ГОСТ 14934–88. Офтальмологическая оптика. Термины и определения.
10. Holladay J. et al. The relationship of visual acuity, refractive error and pupil size after radial keratotomy // Arch Ophthalmol. – 1991. – **109**. – P. 70–76.
11. Greivekamp J. et al. Visual acuity modeling using optical raytracing of schematic eyes // Amer. J. of Ophthalmology. – 1995. – **120**, N 2. – P. 227–240.
12. Чиж І.Г. Визначення модуляційної передавальної функції оптичної системи за допомогою радіусів других гауссових моментів від функції розсіювання точки // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2004. – № 4. – С. 127–137.
13. Чиж І.Г., Осінова І.Ю. Вплив зворотного проходження світла в оптичній системі ока на точність визначення параметрів його аметропії та астигматизму // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2002. – № 3. – С. 95–100.

Рекомендована Радою
приладобудівного факультету
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
5 липня 2004 року